

電流モード制御を高い精度で表現するLTspice用のACモデル、DC/DCコンバータのあらゆるトポロジに対応

著者：Wei Gu、アプリケーション・ディレクタ

はじめに

電源のフィードバック・ループについて把握するために、設計者がよく利用するツールがあります。それは、ループのゲインと位相の周波数応答をプロットしたボード線図です。フィードバック・ループの応答を予測できれば、補償に必要な部品の値の範囲を絞ることができます。

ゲインと位相のグラフを最も正確に作成するには、現実のテスト環境でネットワーク・アナライザを使用して電源回路の評価を実施する必要があります。ただ、設計の初期段階では、ほとんどの設計者はコンピュータ上のシミュレーションによって性能を把握しようとしています。そうすれば、必要な部品の値の大まかな範囲を素早く見極めることができます。また、各種のパラメータの変動に伴うループ応答の変化について直感的に理解することも可能です。

本稿では、電流モード制御のスイッチング電源に対応するLTspice®用のACモデルを紹介します。電流モード制御は、スイッチング方式のDC/DCコンバータで広く使われています。なぜなら、電圧モード制御に勝る多くのメリットを備えているからです。例えば、電源ラインのノイズ除去性能が高い、過電流保護を自動的に行える、並列動作が容易、動的応答に優れるといった長所が存在します。

電流モード制御を採用した電源回路向けには、既にかかなりの数のアベレージ・モデル（average model）が提供されています。DC/DCコンバータの帯域幅がより広がっていることに伴い、スイッチング周波数の1/2の範囲まで正確に回路の振る舞いを表

現可能なモデルも存在します。しかし、それらは、降圧、昇圧、昇降圧（4スイッチの昇降圧を除く）など、限られたトポロジにしか対応できません。一方で、SEPIC（Single Ended Primary Inductor Converter）やĆukなどのトポロジにも適用できる3端子／4端子のアベレージ・モデルも存在します。ただ、それらは、スイッチング周波数の1/2の範囲まで正確に回路の振る舞いを表現することはできません。

本稿では、スイッチング周波数が比較的高い場合でも、その1/2の範囲まで正確に回路の振る舞いを表現できるLTspice用のシミュレーション・モデルを紹介します。そのモデルは、以下に示す多くのトポロジに対応しています。

- ▶ 降圧
- ▶ 昇圧
- ▶ 昇降圧
- ▶ SEPIC
- ▶ Ćuk
- ▶ フォワード
- ▶ フライバック

本稿では、この新たなモデルの有効性を裏付けるものとして、SIMPLIS（Simulation for Piecewise Linear System）によるシミュレーション結果を示します。また、そのモデルを各種のトポロジに適用した例も紹介します。一部の例については、実測結果との比較によってモデルの有効性を証明します。



電流モード制御のモデリング——これまでの歴史

まずは、電流モード制御のモデリングに関するこれまでの歴史を簡単に振り返ります（より詳しい情報については、稿末の参考資料をご覧ください）。

電流ループの目的は、インダクタの電流を制御信号に追従させることにあります。電流ループ内では、平均化されたインダクタ電流の情報に検出ゲインを乗じ、変調器にフィードバックします。変調器のゲイン F_m は、一定のインダクタ電流のランプと外部のランプを仮定した幾何学的な計算によって求められます。インダクタ電流のランプのばらつきの影響をモデル化するために、図1に示すように2つのゲインを追加します。1つはフィードフォワード・ゲイン k_f 、もう1つはフィードバック・ゲイン k_r です。このモデルは、R. D. Middlebrook氏によるものです。

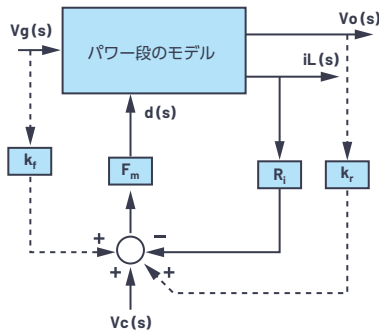


図1. 電流モード制御のアベレージ・モデル。
R. D. Middlebrook氏による基本形のモデルです。

図1に示したアベレージ・モデルについては、高い周波数範囲にまで有効に機能するよう拡張するための方法がいくつか提案されています。それらの方法では、離散時間の解析とサンプル・データの解析の結果に基づいて改変が行われます。図2に示したのは、R. B. Ridley氏によるモデルです。このモデルでは、 $H_e(s)$ 関数によってサンプル&ホールドの効果が等価的に表現されています。同関数は、連続アベレージ・モデルにおけるインダクタ電流のフィードバック・パスに挿入されています。このモデルは離散時間モデルを起点にしているので、サブハーモニック発振を正確に予測することができます。

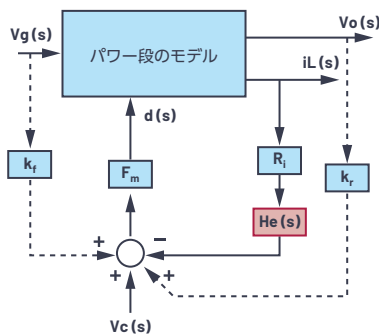


図2. R. B. Ridley氏による改変版のアベレージ・モデル

図3に、もう1つの改変版を示しました。このアベレージ・モデルは、F. D. Tan氏とR. D. Middlebrook氏によって提案されました。図のとおり、電流ループ内のサンプリング効果を考慮するには、低い周波数に対応するモデルの電流ループ・ゲインにもう1つ極を追加する必要があります。

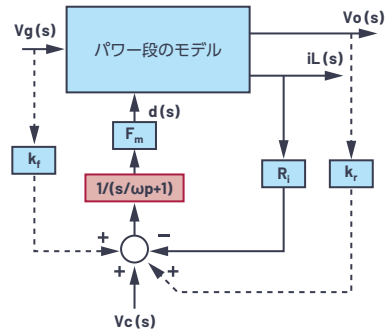


図3. F. D. Tan氏とR. D. Middlebrook氏による改変版のアベレージ・モデル

図2のR. B. Ridley氏のモデルはよく知られています。ただ、R. W. Erickson氏が発表した電流プログラム型の制御モデルもかなり広く使われています。図4に示したのは、同氏のモデルで使われるインダクタ電流の波形です。平均インダクタ電流は、次のような式で表されます。

$$\langle i_L(t) \rangle_T = \langle i_c(t) \rangle_T - M_a dT - \frac{d^2 T}{2} m_1(t) - \frac{(1-d)^2 T}{2} m_2(t) \quad (1)$$

ここで、 i_L は検出電流、 i_c はエラー・アンプからの電流コマンド、 M_a は人為的なランプ勾配、 m_1 と m_2 は出力インダクタ電流の上昇勾配と下降勾配です。摂動法と線形化を適用すると、次のような式が得られます。

$$\hat{d}(t) = \frac{1}{M_a T} \left[\hat{i}_c(t) - \hat{i}_L(t) - \frac{D^2 T}{2} \hat{m}_1(t) - \frac{(1-D)^2 T}{2} \hat{m}_2(t) \right] \quad (2)$$

この式と標準的なスイッチのモデルを基にすれば、電流モードのコンバータをモデリングできます。

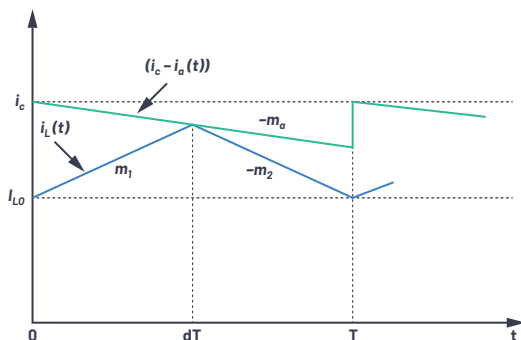


図4. インダクタ電流の波形。R. W. Erickson氏のモデルにおける定常状態の波形です（外部のランプあり）。

電流モード制御の新たなアベレージ・モデル

R. W. Erickson氏のモデルは、素晴らしい物理的な洞察を電源の設計者にもたらします。しかし、スイッチング周波数の1/2の範囲まで回路の振る舞いを正確に表現することはできません。そこで、モデルの有効性を高い周波数範囲まで拡張するために、電流モード制御の新たなアベレージ・モデルを提案します。そのモデルは、Erickson氏のモデルに離散時間の解析とサンプル・データの解析の結果に基づく改変を加えたものになります（図5）。

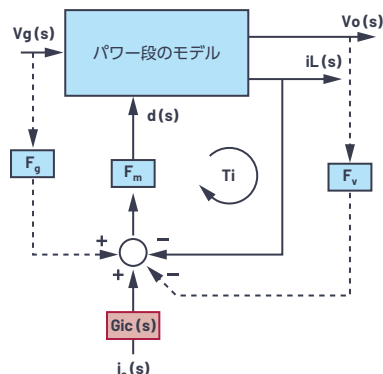


図5. 本稿で提案する改変版のアベレージ・モデル

サンプル・データのモデリングによってインダクタの振る舞いを表現すると、以下の式が得られます。

$$\frac{\hat{i}_L(s)}{\hat{i}_C(s)} = \frac{1-\alpha}{1-ae^{-sT}} \frac{1-e^{-sT}}{sT} \quad (3)$$

ここで、Tはスイッチの周期です。αは以下の式で表されます。

$$\alpha = -\frac{1-\frac{m_a}{m_2}}{\frac{1-D}{D}+\frac{m_a}{m_2}} \quad (4)$$

図5のモデルに適用されている $G_{ic}(s)$ は、以下の式で表されます。

$$G_{ic}(s) = \left(1 + \frac{s}{\omega_c}\right) \frac{1-\alpha}{1-ae^{-sT}} \frac{1-e^{-sT}}{sT} \quad (5)$$

ω_c は、図5における内側の電流ループ T_i のクロスオーバー周波数です。各トポロジの ω_c を表す式を表1にまとめました。

表1. 各トポロジにおける電流ループ T_i のクロスオーバー周波数 ω_c

トポロジ	電流ループの ω_c
降圧	$V_{IN}/L/M_a/T$
昇圧	$V_O/L/M_a/T$
昇降圧、Ćuk*	$(V_{IN} - V_O)/L/M_a/T$
SEPIC*	$(V_{IN} + V_O)/L/M_a/T$
フライバック**	$(V_{IN} + V_O/N_{sp})/L/M_a/T$
フォワード**	$V_{IN} \times N_{sp}^2/L/M_a/T$

* インダクタが2個の場合、 $L = L1 \times L2/(L1+L2)$

** N_{sp} は1次側に対する2次側の巻数比

降圧コンバータの例

図5では、 F_v のフィードバック・ループと i_L のフィードバック・ループを並列に配置していましたが。実際には、 F_v のフィードバック・ループを i_L のフィードバック・ループの内側に配置することも可能です。図6に、 $G_{ic}(s)$ の段を加えた完全な降圧コンバータのモデルを示しました。

制御から出力までの伝達関数 $G_{vc}(s)$ は、次のように表せます。

$$G_{vc}(s) = Z_o(s) \frac{T_i(s)}{1+T_i(s)} G_{ic}(s) \quad (6)$$

電流ループ・ゲイン $T_i(s)$ と電圧ループ・ゲイン $T_v(s)$ は、それぞれ以下の式で表せます。

$$T_i(s) = \frac{R_i}{Z_o(s)F_v} \frac{T_v(s)}{1+T_v(s)} \quad (7)$$

$$T_v(s) = F_m \frac{V}{D} \frac{Z_o(s)}{Z_i(s)} F_v \quad (8)$$

各変数は、それぞれ以下に示す式で表せます。

$$\begin{aligned} F_v &= \frac{(1-2D)T}{2L} \\ F_m &= \frac{1}{M_a T} \\ Z_o(s) &= \frac{R_o}{1+sC_{out}R_o} \\ Z_i(s) &= \frac{R_o}{1+sC_{out}R_o} + sL \end{aligned} \quad (9)$$

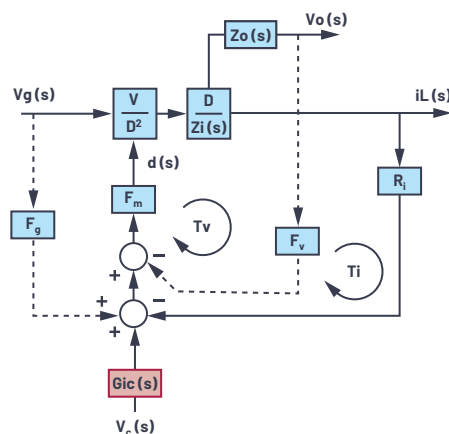


図6. 降圧コンバータのモデル。改変版のアベレージ・モデルをベースにしています。

図7に示すように、電流モードの新たなモデルを基に取得したループの応答（LTspiceのシミュレーション結果）は、SIMPLISによるシミュレーション結果と一致します。ここでは、 $V_{IN} = 12V$ 、 $V_{OUT} = 6V$ 、 $I_{OUT} = 3A$ 、 $L = 10\mu H$ 、 $C_{OUT} = 100\mu F$ 、 $f_{SW} = 500kHz$ という条件を採用しました。

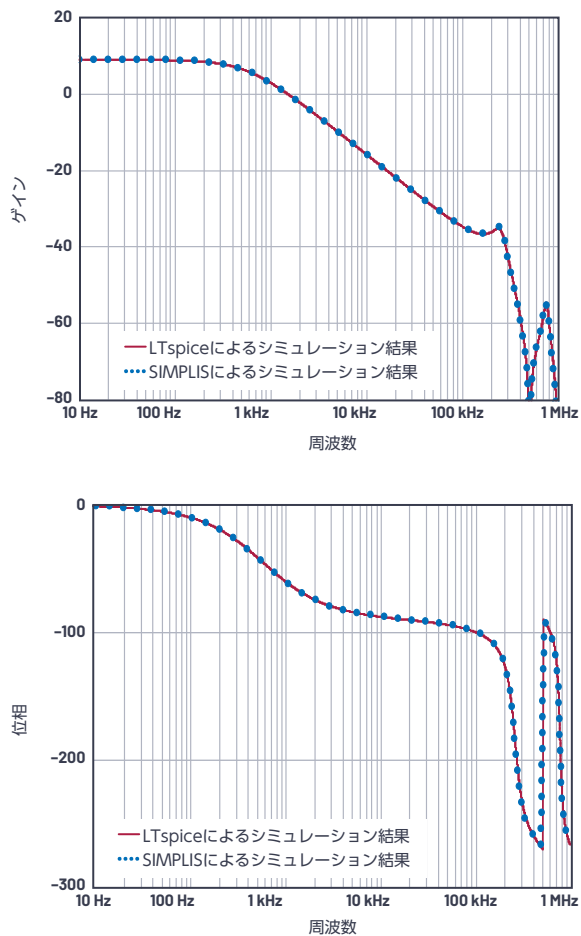


図7. LTspiceとSIMPLISによるシミュレーション結果の比較 ($f_{SW} = 500kHz$)

LTspice用の4端子のモデル

図5に示したアベレージ・モデルを基に、4端子のモデルを構築しました。このモデルは、クローズドループで動作する任意のPWM (Pulse Width Modulation) トポロジを対象としたDC／小信号の解析に使用できます。LTspice（無償提供）などの標準的な電子回路解析プログラムで利用可能です。

図8に示したのは、LTspiceによるシミュレーション用の回路図です。あらゆるトポロジに、同じモデルを適用していることがわかります。なお、フィードバック用の抵抗分圧器、エラー・アンプ、補償用の部品は省略しています。実際にDC/DCコンバータのモデルを使用する場合には、エラー・アンプの出力をVCピンに接続する必要があります。

図8の各ビヘイビア電圧源に適用するディレクティブを表2にまとめました。E1はスイッチがオンの場合のインダクタの電圧、E2はスイッチがオフの場合の電圧、V3は勾配補償振幅、Eiはインダクタの電流です。

表2. 図8のビヘイビア電圧源に適用するディレクティブ

トポロジ	E1	E2	V3	Ei
降圧	$V(IN) - V(OUT)$	$V(OUT)$	Ma/f_{sw}	$i(L)$
昇圧	$V(IN)$	$V(OUT) - V(IN)$	Ma/f_{sw}	$i(L)$
SEPIC	$V(SW) - V(SWB) + V(IN)$	$V(OUT) + V(SW) - V(SWB) - V(IN)$	Ma/f_{sw}	$i(L1) + i(L2)$
Ćuk	$V(SW) - V(SWB) + V(OUT) + V(IN)$	$V(OUT) + V(SW) - V(SWB) - V(IN)$	Ma/f_{sw}	$i(L1) + i(L2)$
フライバック	$V(IN)$	$V(OUT)/N_{sp}$	Ma/f_{sw}	$i(L)$

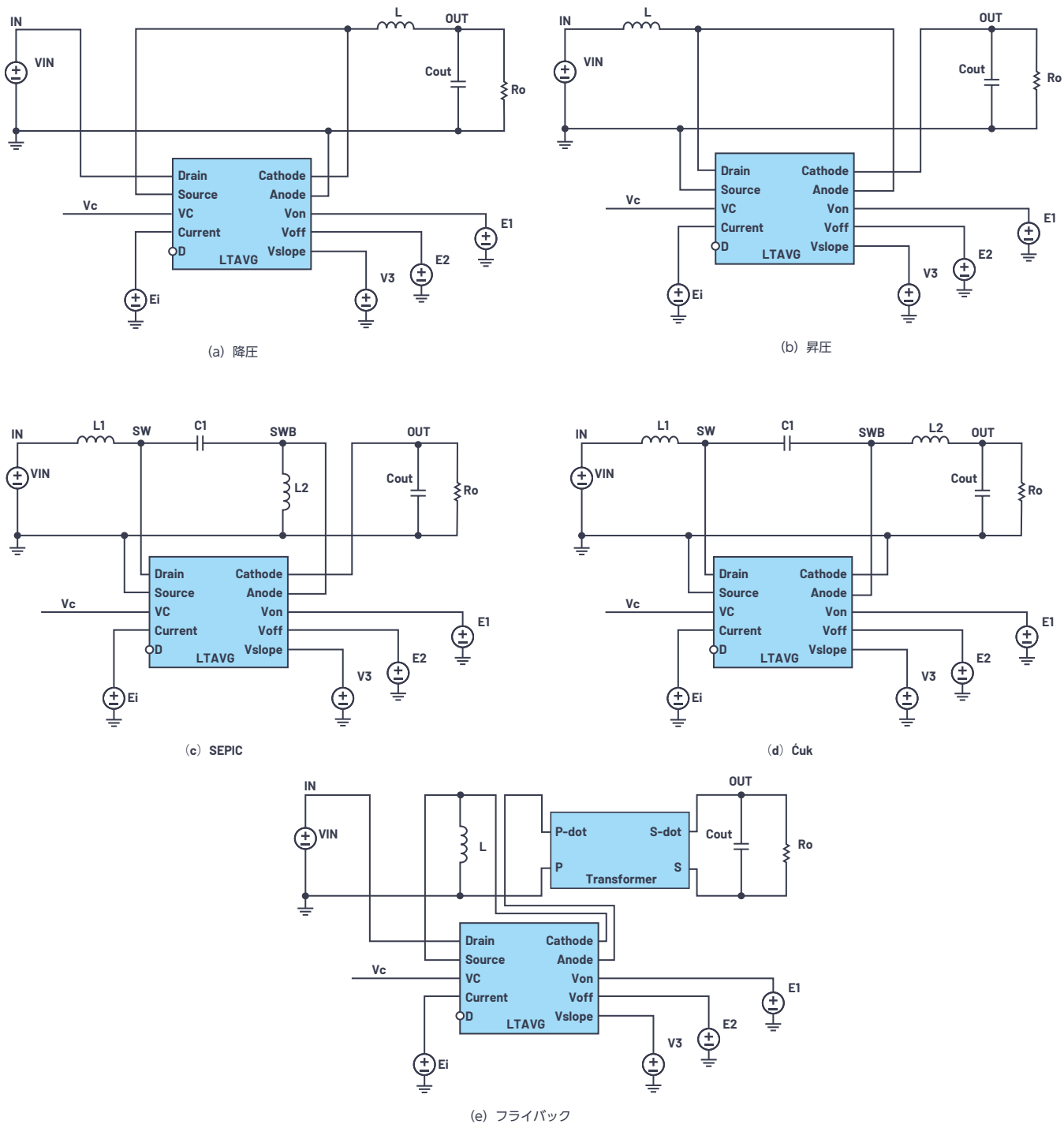


図8. LTspice用のモデルを各トポロジに適用した例

図9に示したのは、2個のインダクタを使用するSEPICのシミュレーション結果です。ご覧のように、スイッチング周波数の1/2までの範囲でSIMPLISによるシミュレーション結果と一致しています。シミュレーションの条件は、 $V_{IN} = 20V$ 、 $V_{OUT} = 12V$ 、 $I_{OUT} = 3A$ 、 $L = 4.7\mu H$ 、 $C_{OUT} = 120\mu F$ 、 $C1 = 10\mu F$ 、 $f_{SW} = 300kHz$ です。

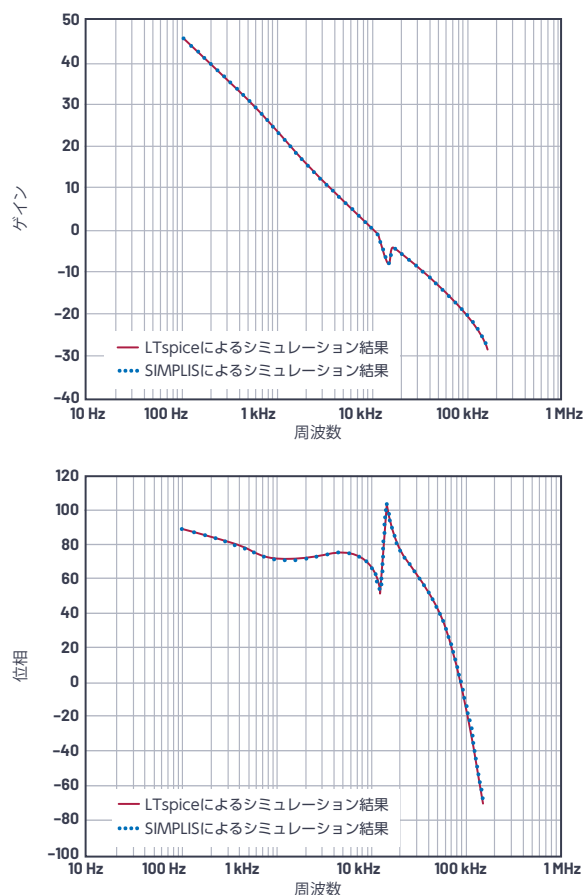


図9. SEPICのシミュレーション結果。LTspiceによる結果とSIMPLISによる結果を比較しています。 f_{SW} は300kHzです。

実測との比較による新たなモデルの検証

$\hat{C}uk$ や、4象限、4スイッチの昇降圧などのトポロジは、従来のモデルではサポートされていませんでした。それらのトポロジを対象とし、実測結果と比較する方法で、図11の新たなLTspice用のモデルの検証を行いました。

$\hat{C}uk$ におけるモデルの検証

「LT3580」は、PWM方式のDC/DCコンバータICです。2A/42Vの出力に対応するスイッチを内蔵しており、昇圧コンバータ、SEPIC、 $\hat{C}uk$ コンバータを構成することができます。本稿で紹介したACモデルは、それらすべてのトポロジに対して適用できます。図10に、 $\hat{C}uk$ コンバータを構成した例を示しました。 f_{SW} は2MHz、 V_{OUT} は-5Vです。

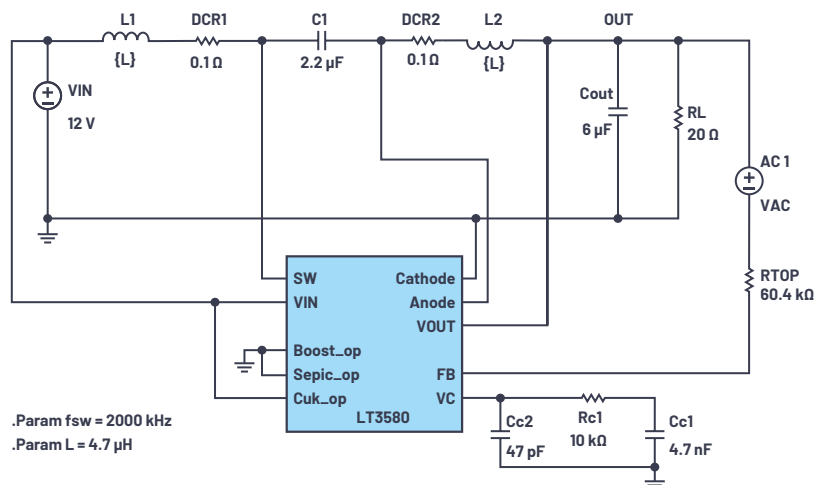


図10. $\hat{C}uk$ コンバータのLTspice用モデル。LT3580を使用して構成しています。

図11に、LTspiceによるシミュレーション結果と実測結果を示しました。両ボーデ線図は、スイッチング周波数の1/2の範囲まで高い精度で一致していることがわかります。

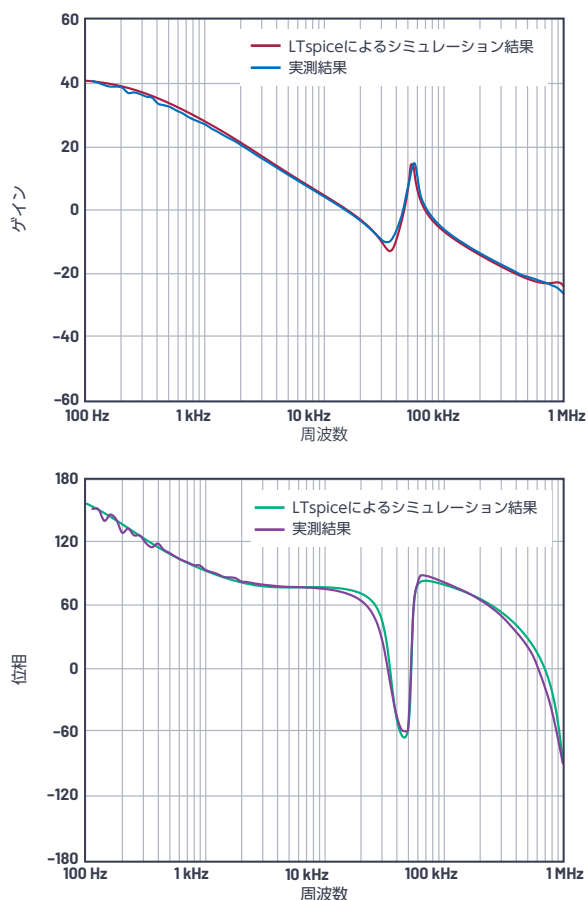


図11. 図10の回路のシミュレーション結果と実測結果
($f_{SW} = 2\text{MHz}$)

4象限レギュレータにおけるモデルの検証

「LT8714」は、同期整流／PWM方式のコントローラICです。4象限出力に対応するDC/DCコンバータ向けに設計されています。出力電流をソース／シンクする能力を備えており、0Vをまたぐ出力電圧が滑らかに遷移します。4象限レギュレータを構成した場合、正の電圧、負の電圧、0Vの安定した出力を得ることが可能です。4象限電源、大電力を伴う双方向の電流源、アクティブ負荷、大電力を伴う低周波信号の増幅などの用途に利用できます。

出力は、Controlピンの電圧に応じて正にも負にも設定できます。図12の例では、同ピンの電圧が0.1Vの場合に-5V、1Vの場合に5Vの出力が得られます。 V_{IN} は12V、 f_{SW} は200kHzです。

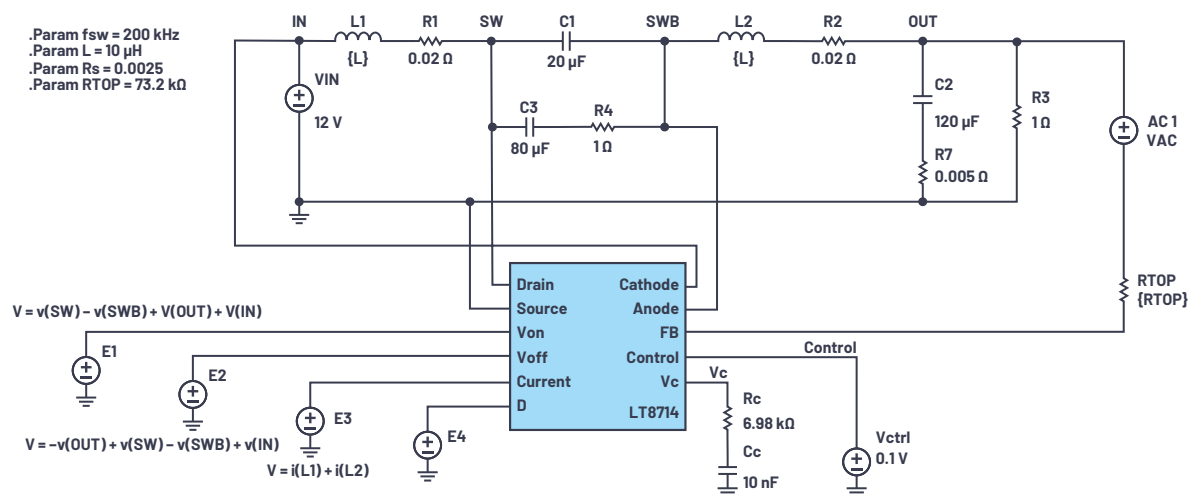


図12. 4象限レギュレータのLTspice用モデル。
LT8714を使用して構成しています。

図14は制御電圧（Controlピン）を0.1Vとし、V_{OUT}(OUT)を-5Vに設定した場合の結果です。この条件でも、両者はスイッチング周波数の1/2の範囲まで高い精度で一致しています。

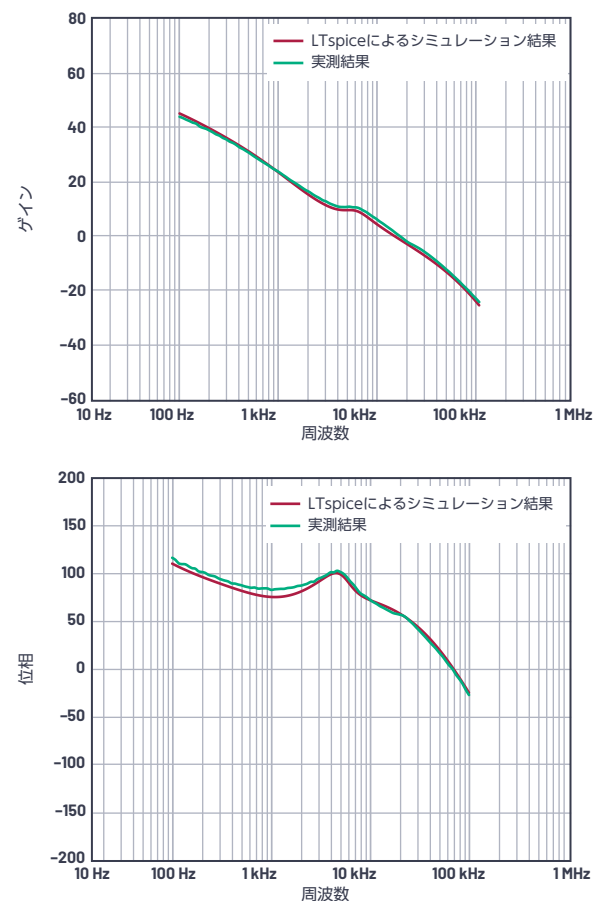


Figure 10 consists of two plots comparing LTspice simulation results (red line) and measurement results (green line) for the circuit.

The top plot shows the Gain (ゲイン) in dB versus Frequency (周波数) in Hz on a logarithmic scale. The frequency range is from 10 Hz to 1 MHz. The gain starts at approximately 35 dB at 100 Hz, decreases to a minimum of about 0 dB at 10 kHz, and then decreases further to about -20 dB at 100 kHz. The simulation and measurement results are in good agreement.

The bottom plot shows the Phase (位相) in degrees versus Frequency (周波数) in Hz on a logarithmic scale. The frequency range is from 10 Hz to 1 MHz. The phase starts at approximately 110 degrees at 100 Hz, decreases to a minimum of about 80 degrees at 1 kHz, rises to a peak of about 140 degrees at 10 kHz, and then decreases to about -40 degrees at 100 kHz. The simulation and measurement results are in good agreement.

図 14. 図 12 の回路のシミュレーション結果と実測結果 (その 2)。
 $V_{OUT}(OUT)$ は $-5V$ 、 f_{SW} は $200kHz$ です。

「LT8390」は、4スイッチの昇降圧動作に対応する同期整流方式のDC/DCコントローラです。出力電圧より高い、低い、または等しい入力電圧を基に、レギュレートされた出力電圧（ならびに入力／出力電流）を生成できます。独自のピーク降圧／ピーク昇圧電流モード制御を採用しており、固定周波数（値は設定可能）の動作に対応します。

LT8390に対応するLTspice用のACモデルでは、入出力電圧の監視を実施します。その結果に応じ、降圧、ピーク降圧、ピーク昇圧、昇圧という4つの動作モードのうち1つが自動的に選択されます。図15に、LT8390を使用して構成した回路のLTspice用モデルを示しました。

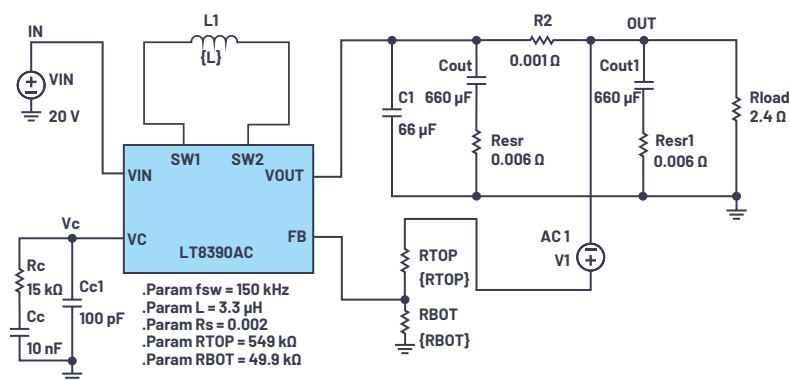


図 15. LT8390 の LTspice 用モデル

図16、図17は、LTspiceによるシミュレーション結果と実測結果を比較したものです。それぞれ降圧モードと昇圧モードに対応しています。いずれも、スイッチング周波数の1/2の範囲まで高い精度で一致していることがわかります。

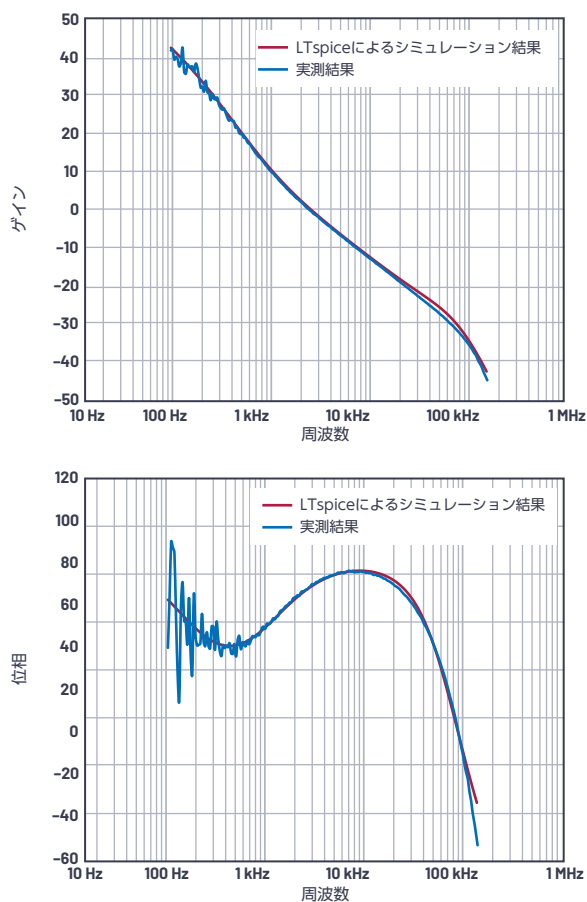


図16. 図15の回路のシミュレーション結果と実測結果（その1）。
降圧モードで動作した場合の結果を示しました。
 $f_{SW} = 150\text{kHz}$, $V_{IN} = 20\text{V}$, $V_{OUT} = 12\text{V}$, $I_{OUT} = 5\text{A}$ です。

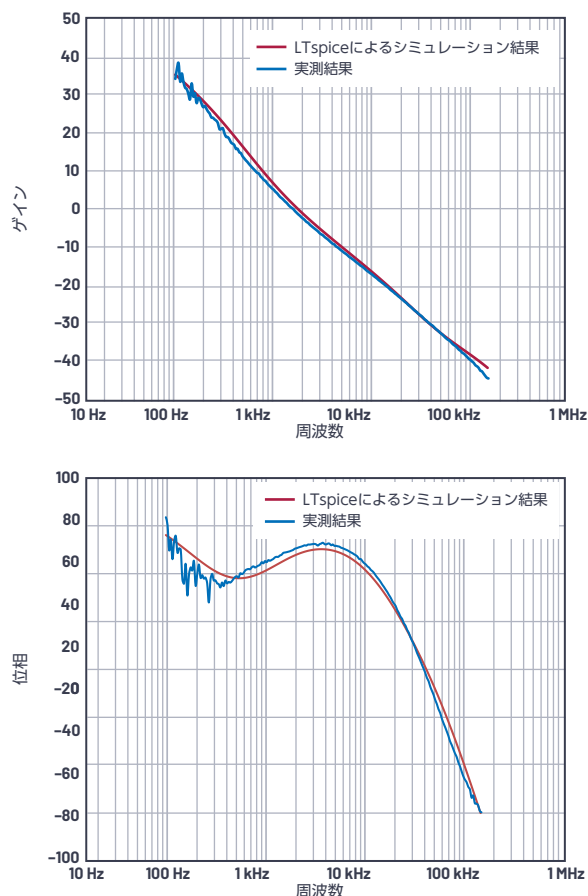


図17. 図15の回路のシミュレーション結果と実測結果（その2）。
昇圧モードで動作した場合の結果を示しました。
 $f_{SW} = 150\text{kHz}$, $V_{IN} = 8\text{V}$, $V_{OUT} = 12\text{V}$, $I_{OUT} = 5\text{A}$ です。

まとめ

本稿では、電流モード制御の新たなモデルを紹介しました。このモデルは、サンプル・データ・モデルの正確さと、4端子スイッチ・モデルのシンプルさ／多用途性を併せ持っています。このLTspice用のモデルは、降圧、昇圧、SEPIC、Ćuk、フライバック、フォワードの各トポロジに対応します。いずれのトポロジにおいても、スイッチング周波数の1/2の範囲まで回路の振る舞いを正確に表現することが可能です。本稿で示したとおり、そのモデルを使用したLTspice用回路のシミュレーション結果と実測結果は互いによく一致します。このモデルは、連続導電モードで動作する電流モードのDC/DCコンバータにおけるループの設計／解析に利用可能です。

参考資料

Christophe P. Basso [Switch-Mode Power Supply SPICE Cookbook, 1st edition (SPICEによるスイッチモード電源の解析法 第1版)] McGraw-Hill, 2001年

Robert W. Erickson, Dragan Maksimovic [Fundamentals of Power Electronics, 2nd edition (パワー・エレクトロニクスの基礎 第2版)] Chapter 11, Kluwer (Springer), 2001年

Jian Li, Fred C. Lee [New Modeling Approach and Equivalent Circuit Representation for Current-Mode Control (電流モード制御に対する新たなモデリング手法と等価回路表現)] IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 25, No. 5, 2010年5月

Dragan Maksimovi [Current Programmed Control (プログラムによる電流制御)] ECEN 5807, University of Colorado, 2009年

R. D. Middlebrook [Modeling Current-Programmed Buck and Boost Regulators (降圧／昇圧レギュレータの電流プログラム型のモデリング)] IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 4, No. 1, 1989年1月

R. B. Ridley [A New, Continuous-Time Model for Current-Mode Control (Power Converters) (電流モード制御型パワー・コンバータ向けの新たな連続時間モデル)] IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 6, No. 2, 1991年4月

F. D. Tan, R. D. Middlebrook [A Unified Model for Current-Programmed Converters (パワー・コンバータ向けの電流プログラム型統一モデル)] IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 10, No. 4, 1995年7月

著者について

Wei Gu (wei-x.gu@analog.com) は、アナログ・デバイセズのアプリケーション・ディレクタです。パワー製品を担当しています。2006年にLinear Technology (現在はアナログ・デバイセズに統合) に入社。浙江大学で電気工学の学士号、セントラル・フロリダ大学で電気工学の博士号を取得しています。

EngineerZone®

オンライン・サポート・コミュニティ

アナログ・デバイセズのオンライン・サポート・コミュニティに参加すれば、各種の分野を専門とする技術者との連携を図ることができます。難易度の高い設計上の問題について問い合わせを行ったり、FAQを参照したり、ディスカッションに参加したりすることが可能です。



Visit ez.analog.com

* 英語版技術記事は[こちら](#)よりご覧いただけます。