

## ノイズとオペアンプ回路

Lewis Smith、D.H. Sheingold共著

### はじめに

オペアンプの出力には、既知または未知を問わず、すべてのインピーダンス負荷を考慮に入れても、入力および正確に把握されたクロズド・ループ伝達関数からは予測できない信号が常に含まれるものです。このような不要な信号が「ノイズ」と呼ばれます。ノイズは、アンプそのものや、帰還ループで使用される部品および電源によって回路に引き込まれます。さらに、近くの信号源や、場合によっては非常に離れた信号源から入力、出力、グラウンド・リターンや測定回路に、ノイズが結合または誘導されることがあります。

当然のことですが、ノイズに対する設計者の関心度は、(1) 特定の帯域幅で必要な分解能をどのように得るか、(2) 直接は関係しない周波数帯域幅で送信ノイズをどのように回避するかによって、ちがってきます。オペアンプはプリアンプおよび高精度の信号プロセッサとしてますます広く利用されているため、オペアンプ回路の分解能への関心は高まる一方です。

ノイズ現象を余りにも包括的または厳密に取り上げること是不適切かつ無益であると考え、このアプリケーション・ノートではアンプを直接取り巻く環境でのノイズについて理解を深め、ノイズの特性評価、計算、および低減を行うのに役立つ手段について解説します。グラウンドや出力のリード線などに結合および誘導されるノイズについては、多少簡略的に論じており、単にシールド処理、リード線の外装処理、グラウンド回路設計に注意を払うことを示唆する程度にとどめています。これらはすべて、システム設計と「適正な回路設計法」の領域の事項です。

ノイズの点から見ると、オペアンプは以下の理由から、ローレベルおよび高精度の回路で他のデバイスより役立つことが認められています。

1. 必要な周波数帯のみを通過させるように、アンプの伝達関数を選択できる。
2. 必要な周波数帯域で最も理想に近い特性を確保するために、用途に応じたアンプをノイズ特性の異なる幅広いタイプの中から選び出すことができる。
3. ノイズの発生源が既知で、正しく評価されている場合には、広い範囲のアンプ回路のノイズ特性を十分な精度で予測できるので、図上で設計したものをかなりの確率で検証できる。

## 基本モデル：電圧ノイズと電流ノイズ(図1)

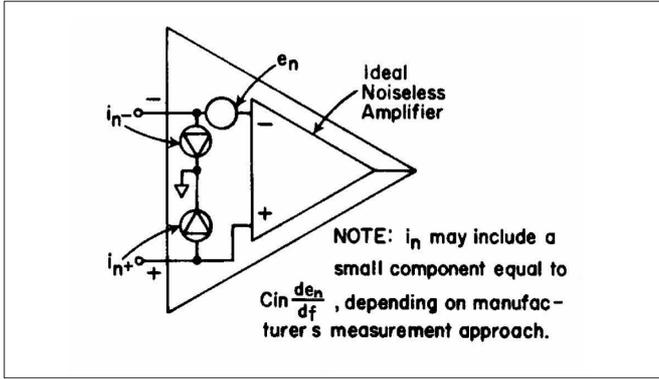


図1. 電圧ノイズおよび電流ノイズのモデル

差動オペアンプはノイズのない理想的なアンプと考えられており、電流ノイズ源は各入力端子とコモン間に接続され、電圧ノイズ源はどちらかの入力端子と実質的に直列に接続されています。このモデルは、オフセットを検討するとき使用される  $E_{OS}-I_{bias}$  モデルと非常に似ていますが、これは意外なことではありません。なぜなら、 $E_{OS}$  と  $I_{bias}$  は時間や温度などによって変動されるDCノイズ源と考えられるためです。実際的には、電圧ノイズ源と電流ノイズ源は互いに独立したものとして考えることが可能です。さしあたり、回路とアンプの動的特性を無視すると、 $E_{OS}$  と  $I_{bias}$  の場合と同様に、ノイズの瞬時電圧成分をゲインの高いローインピーダンス回路で測定でき(図2)、瞬時電流成分を非常に値の大きい(理想的にはノイズのない)抵抗で測定できることは明らかです。 $e_n$  と  $i_n$  との間に相互作用がないと仮定すれば、ノイズ電圧測定の出力は  $(1 + R_2/R_1)$  に比例し、ノイズ電流測定の出力は  $R_2$  のみに比例します。

アンプの出力に現れる2つのタイプのノイズの瞬時合計値は式(1)で求められ、また式(2)が成り立つ場合、すなわち、 $R_2$  と  $R_1$  の並列接続が  $e_n$  対  $i_n$  の比に等しいとすると、 $e_n$  と  $i_n$  の相対的なノイズ影響度が等しくなる点に注目してください。

$$(1) \quad e_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) e_n + R_2 i_n$$

$$(2) \quad \frac{e_n}{i_n} = \frac{R_2}{1 + \frac{R_2}{R_1}}$$

インピーダンス・レベルが  $e_n/i_n$  より高くなると、電流ノイズが優勢になります。 $e_n$  と  $i_n$  のRMS値の比は、ある帯域幅におけるアンプの「特性ノイズ抵抗値」と呼ばれることがあり、これはアンプを選択して特定のインピーダンス・レベルをマッチングさせる場合、または逆に特定のインピーダンス・レベルを選択してアンプをマッチングさせる場合に有用な数値です。

外部の信号源からアンプの入力に結合するノイズは、電圧とインピーダンスが既知であれば付加的な電圧信号と考えられ、アンプ側の測定で確認される場合には付加的な電流信号と考えられます。これを図3に簡潔に示します。

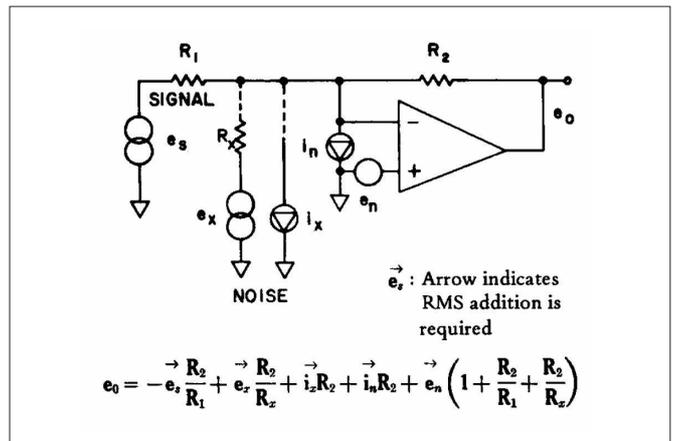


図3. 内部および外部ノイズ信号源の影響度

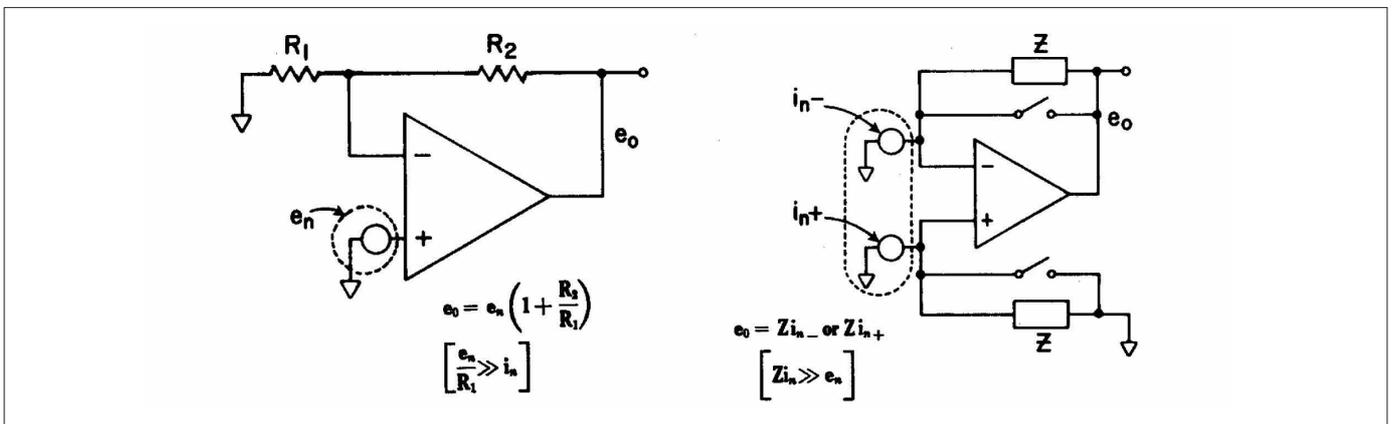


図2.  $e_n$  と  $i_n$  の基本的な測定 (狭帯域幅およびスポット・ノイズの測定にフィルタを使用)

## ノイズ・ゲインと信号ゲイン

図4に、抵抗性入力をいくつか備えた反転アンプの基本的な帰還回路のモデルを示します。ループ・ゲイン( $A\beta$ )の数値が大きいと、電圧ノイズに対するノイズ・ゲインは本質的に $1/\beta$ になります。 $A\beta$ が1よりそれほど大きくない場合には、以下のように、もっと正確な式を使用する必要があります。

$$(3) \quad e_0 = \frac{1}{\beta} \left[ \frac{1}{1 + \frac{1}{A\beta}} \right] e_n$$

電流ノイズの式は、以下のとおりです。

$$(4) \quad e_0 = i_n Z_f \left[ \frac{1}{1 + \frac{1}{A\beta}} \right]$$

帰還回路素子が受動素子の場合には、 $1/\beta$ が1未満になることはなく、どのような入力信号でもクローズド・ループ・ゲインより大きくなる点に注意してください。したがって、 $e_n$ の全スペクトルは、1より小さい信号ゲインまたは狭い信号帯域幅であるにもかかわらず、最小でもゲイン1で出力に現れます。さらに留意すべき点として、 $A$ と $\beta$ がともに周波数に対して動的な特性をもっている一般的なケースで、ループ・ゲインの位相シフトが $90^\circ$ より大幅に大きく、その結果として $A\beta=1$ となる周波数の近くでアンプがわずかに減衰する場合には、非常に低い周波数時に信号ゲインがロールオフする場合であっても、その周波数時のノイズ・ゲインのピークは1より大幅に高くなります。この関係をわかりやすく示した例として、図5を参照してください。

## ノイズ信号の結合

これについては、手短かに説明します。ただし、以下の基本的な概念には留意してください。本質的に相関関係のない信号源(たとえば、異なる信号源からのノイズ、あるいは特定の信号源の周波数スペクトルの異なる部分からのノイズ)からの信号、ノイズ電圧、またはノイズ電流のRMS値は、2乗和の平方根計算によって結合されます。比較的大きな数値が強調され、小さい数値が抑えられることは明らかです。たとえば $X=3Y$ の場合、 $Y$ を無視してもそれによって発生する誤差はわずか約5%にすぎません( $\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10} \cong 3.16 \cong 3.0 \times 1.05$ )。

**読者へ：** この後に続く各項は、オペアンプ回路の「全RMSノイズ」を迅速かつ簡単に予測するための一貫したテクニックを得るのに必要です。その内容を理解することは容易ではありませんが、幅広い項目が網羅されており、最終的に予想することが多少困難になると考えられる箇所も含んでいます。しかしながら、これはバックグラウンドとして必要であり、忍耐強く慎重に読んでいけば、興味深く参考になることがおわかりになるでしょう。最終的なテクニックを知りたい場合には、10ページをお読みください。

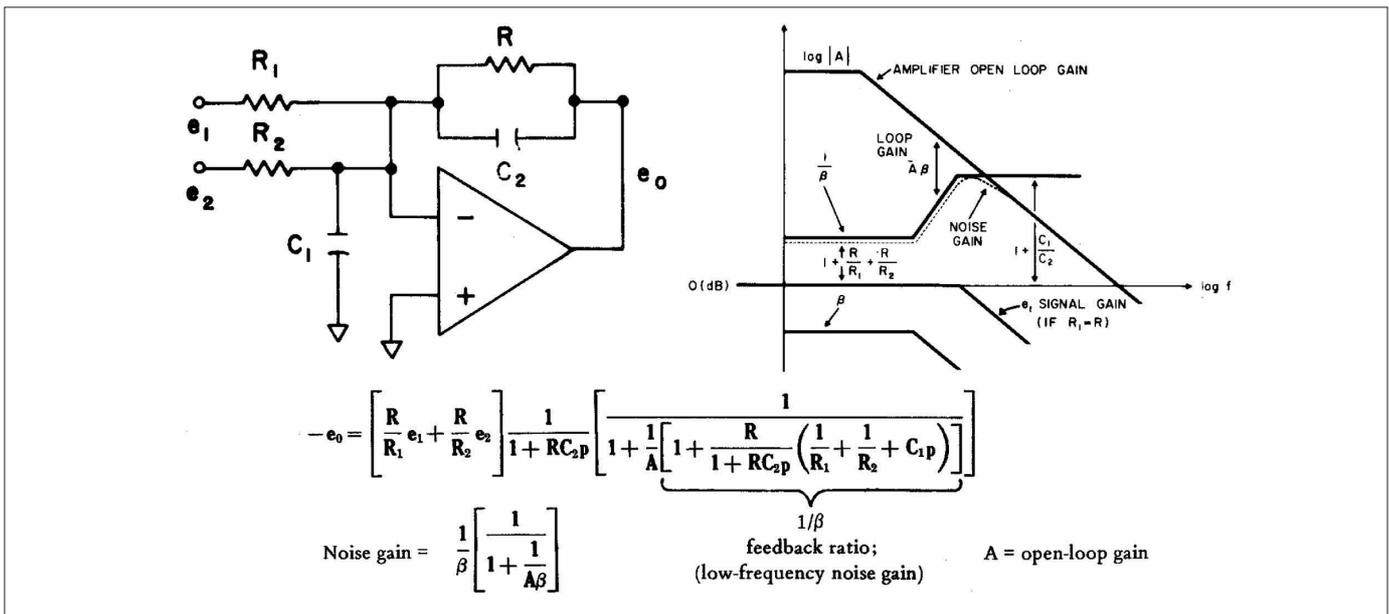


図4. 帰還回路の関係

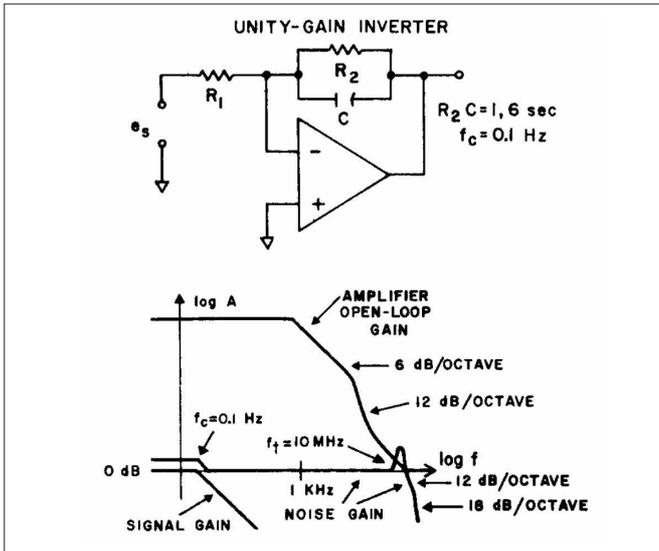


図5. ノイズ帯域幅対信号帯域幅

## ノイズの特性評価方法

周期的に繰り返し発生するノイズは、繰返し率、波形、その大きさで記述できます(チョッパ・ノイズ)。不定期に繰り返されるノイズは、繰返しが規則的ではないので(ある程度の範囲まで、ポップコーン・ノイズ)、その波形と大きさのみで記述されます。繰返し波形を持たない周期的ノイズ(後述するすべての種類のランダム・ノイズを含む)は一般的に、その統計的特性のRMS値、ピーク値、および周波数成分で表わされます。

**RMS値:**これはほとんどのランダム・ノイズの特性であり、平均化を行う区間を十分に長く設定すると、そのとき得られるRMS値は繰返し性が高くなります。したがって、設計に必要な帯域幅でのRMS値を十分に長い区間で平均化することは、このようなランダム・ノイズの特性評価を行う上で有用かつ有意義な方法です。これは、ベンダーとユーザー間でノイズ値の相関をとるのに非常に便利です。電圧のRMS値は、次式で定義されます。

$$(5) \quad E_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2 dt}$$

ここで、

- $E_{rms}$  = RMS電圧値
- $T$  = 観測区間
- $e$  = 瞬時ノイズ電圧

この式の $e$ の代わりに瞬時電流値 $i$ を入れると、RMS電流値 $I_{rms}$ が求められます。RMS測定を行う際には、「真のRMS」測定計を使用するか、AC平均の読取り値(正弦波で「RMS」校正を行った測定計)を係数1.13で乗算する必要があります。

**ピーク値:**任意の区間で観察される正と負の最大ピーク偏位の差で、ノイズの特性を評価することも可能です。システム性能がピークtoピーク・ノイズによって制限されるようなアプリケーションでは、ピークtoピーク測定が必要不可欠です。しかしながら、事実上、ノイズの振幅はガウス分布で表されるため、最も高いノイズ振幅が現われる確率はきわめて小さくなり(ただし、ゼロではない)、ピークtoピーク・ノイズを繰返し測定することは困難です。RMS値は繰返し測定することが容易であり、ノイズデータを論議の余地なく示す上で最も一般的な形式であることから、RMS値が規定されているときに、さまざまなピーク値を超える確率を推測するには、以下の表が便利です。

公称「ピークtoピーク」値	ノイズが公称「ピークtoピーク」値を超える確率
2.0×RMS	32%
3.0×RMS	13%
4.0×RMS	4.6%
5.0×RMS	1.2%
6.0×RMS	0.27%
6.6×RMS	0.10%
7.0×RMS	0.046%
8.0×RMS	0.006%

ピークtoピーク値対RMS値(ガウス分布)

通常、観測されるピークtoピーク・ノイズは、観察者の忍耐と提供されるデータの量に応じて、RMSの3倍から8倍の間で変化します。オシロスコープで観察する場合はブラウン管の輝度をかなり強くする必要があります。というのは、低輝度ではピーク部分が十分に観測できないため、RMS値に近い値を測る結果になるからです。これらの測定を自動化するために、ピーク振幅分布アナライザが利用できます。

## 干渉ノイズ対内在ノイズ

回路のノイズは、2つの基本的なタイプに分類されます。すなわち、回路の外部からピックアップされた干渉ノイズと、回路の内部で発生する内在ノイズです。

干渉ノイズは周期的または不定期に繰り返し発生するか、または本質的にランダムな特性を示します。しかし、ライン周波数および高調波の電源、無線放送局、機械式スイッチのアーク放電、リアクティブ回路のスイッチングによって発生する電流または電圧スパイクからの静電荷と電磁波のピックアップを最小限に抑える措置を講じることで、通常はこのノイズを大幅に低減する(または事前に抑え込む)ことが可能です。このような予防措置としては、フィルタリング、デカップリング、リード線と部品の静電荷および電磁波シールド、ガードリングの利用、グラウンド・ループの排除、配線や部品の配置の検討、リレー・コイル間でのダンピング・ダイオードの利用、低い回路インピーダンスの選択(可能な場合)、そしてノイズの低い電源の選択が挙げられます。振動に起因する干渉ノイズは、適切な機械的設計によって低減できます。干渉ノイズの発生源、大きさ(代表値)、干渉ノイズの対処方法をまとめた表を図6に示します。

外部発生源	大きさ(代表値)	標準的な対処方法
60Hz電源	100pA	・シールドする ・グラウンド・ループに注意する ・絶縁電源を使用する
120Hz電源リップル	3 μV	・電源のフィルタリング
飽和60Hzトランスからの180Hz電磁波のピックアップ	0.5 μV	・部品の配置を変える
無線放送局	1mV	・シールドする
スイッチのアーク放電	1mV	・5~100MHz部品にフィルタリング ・グラウンド・ループに注意する ・シールドする
振動	10pA (10~100Hz)	・機械的結合に注意する ・入力端子付近に高電圧用リード線を配置しない (注: $i = \frac{d(Cv)}{dt} = C \frac{dv}{dt} + v \frac{dC}{dt}$ )
ケーブルの振動	100pA	・ローノイズ(炭素被膜の誘電体)のケーブルを使用する
回路基板	0.01~10pA/√cps (10Hz以下)	・基板を十分に洗浄する ・必要に応じてテフロン絶縁物を使用し、十分に保護する

図6. 代表的な干渉ノイズ発生源

しかし、干渉ノイズをすべて除去しても、内在ノイズが存在します。内在ノイズは一般的にランダムな特性を示し、抵抗およびトランジスタやダイオードなどの半導体素子の内部で最も頻繁に発生します。(部品の内在ノイズが非ランダム性を示す例として、チョッパ安定化アンプのチョッパノイズがあります)。抵抗の内部で発生するランダムノイズはジョンソンノイズ(熱ノイズ)と呼ばれます。半導体素子の内部で発生するランダムノイズは、ショットキー(ショット)ノイズ、フリッカーノイズ(1/fノイズ)、ポップコーンノイズのいずれかに該当します。

## ランダムノイズの一般的なタイプ

**ジョンソンノイズ:** インピーダンスの抵抗性部分の電子の熱擾乱により、電荷がランダムに動いてこれらの抵抗を通過すると、電荷の瞬時的な変動の割合とそれに該当する抵抗値の積に対応するノイズ電圧が発生します。理想的な純度のリアクタンスは、ジョンソンノイズが発生しません。

抵抗における熱擾乱によって発生する帯域幅B内のジョンソンノイズ電圧は、以下の式から求められます。

$$(6) \quad E_{rms} = \sqrt{4kTRB}$$

ここで、

k=ボルツマン定数=1.374×10<sup>-23</sup>Joules/°K

T=絶対温度(°K)

R=抵抗値(Ω)

B=帯域幅(Hz)

室温時は、もっと便利な単位を使って、以下のように変形されます。

$$(7) \quad E_n = 0.13\sqrt{R \times B} \cong \frac{1}{8}\sqrt{R \times B} \text{ (}\mu\text{V)}$$

ここで、

R=抵抗値(MΩ)

B=帯域幅(Hz)

ジョンソンノイズは、しばしば以下の等価電流として表されます。

$$(8) \quad I_n = \frac{E_n}{R} = 0.13\sqrt{\frac{B}{R}} \cong \frac{1}{8}\sqrt{\frac{B}{R}} \text{ (pA)}$$

一般的に、ジョンソンノイズは、半導体の内部で発生するノイズより重要度の低い、アンプ内部のノイズ源です。ただし、これは信号源や帰還回路によって発生する主要なノイズ源であり、抵抗値が高くなる傾向が見られます。場合によっては、外部回路の部品のジョンソンノイズが完全に支配的なことがあります。たとえば、特定のアプリケーションの信号源抵抗値が10MΩの場合には、電圧ノイズの低いアンプを選択しても意味がありません。その理由は、アンプの入力電流ノイズが高くなければ、10MΩ抵抗からのジョンソンノイズが主なノイズ源となって出力に現れるためです。この例では、1kHz帯域幅の抵抗ノイズは13 μV RMS になり、これは1.3pAの電流ノイズに相当します。

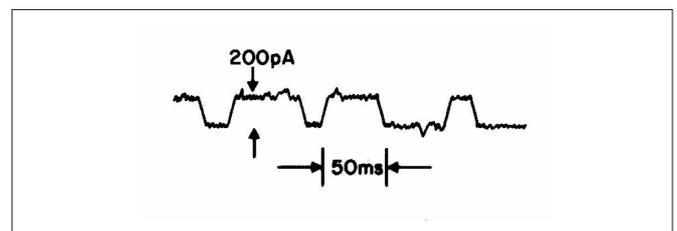


図7. 代表的な「ポップコーン」ノイズ

**ショットキー・ノイズ:** ショット・ノイズは、電流がトランジスタのジャンクションを通過するときに常に発生します。通常、このノイズは電流として表されますが、当然ながらトランジスタのエミッタ抵抗などのインピーダンスで電圧降下を発生します。ショット・ノイズを表す便利な式を以下に示します。

$$(9) \quad I_n = 5.7 \times 10^{-4} \sqrt{IB} \text{ pA}$$

ここで、

$I$  = ジャンクション電流 (pA)

$B$  = 設計に必要な帯域幅 (Hz)

バイポーラ入力トランジスタを使用する標準的なオペアンプ回路では、入力トランジスタのベース電流がベース-エミッタのジャンクションを流れることによって、ショットキー・ノイズ成分が発生します。これは、アンプの等価ノイズ電流源の一部になります。その他のP-Nジャンクションで発生するノイズ電流(オペアンプ内部)は、適切なトランスコンダクタンスによって分割されると、入力で等価ノイズ電圧を発生します。

**フリッカー・ノイズ (1/fノイズ):** 周波数が100Hz以下の場合、ほとんどのアンプは、ジョンソンおよびショットキーのノイズ成分より優勢で、この周波数帯での主要な誤差源となる別のノイズ成分を発生します。これがフリッカー・ノイズで、トランジスタの表面状態が不完全な結果発生すると考えられています。炭素被膜抵抗は、大きい電流を流すときにはトランジスタのフリッカー・ノイズと同様のノイズを発生することがあります。(大きい電流が抵抗を流れ、低周波数時にノイズが低いことが明確な要件となる場合には、金属被膜または巻線型の抵抗を使用することが適切な設計法です)。

フリッカー・ノイズは、各周波数時に同等の影響を及ぼすわけではありません。この種のノイズのスペクトル・ノイズ密度(以下に定義)は、一般的に-3dB/オクターブの勾配特性を示します。

**ポップコーン・ノイズ:** 一部のトランジスタ、特に(あるメーカー製の)モノリシック構造の集積回路では、2つの  $h_{fe}$  値の間で不規則にジッタが起こり、これが原因で図7に示す形状の余分なベース電流ノイズが発生します。高性能オペアンプの価格が割高なのは、このような影響を及ぼすトランジスタやICを持つユニットを除外するためのテストを組み込んでいるからです。

## ノイズ・スペクトル密度

ノイズは周波数スペクトルの全域にわたって存在しますが、抵抗またはアンプからのノイズの影響度は、観測対象の周波数範囲に応じて変動します。ノイズ特性を記述する最も効果的な方法はノイズ・スペクトル密度をプロットで表示する方法です。この方法では、ノイズは周波数の関数として示され、通常両対数グラフが使用されます。

任意の周波数  $f$  におけるスペクトル・ノイズ密度  $e_n$  は、周波数に対応する2乗平均電圧の変化率の平方根値として定義されます。これに対して、ある周波数帯におけるRMS値は、所定の周波数帯域幅におけるスペクトル・ノイズ密度の2乗積分の平方根値です。

$$(10) \quad e_n^2 = \frac{d}{df} (E_n)^2 \quad (11) \quad E_n = \sqrt{\int_{f_1}^{f_2} e_n^2 df}$$

平均パワーは  $E^2$  に比例するので、この概念を表すもっとシンプルな方法があります。つまり、 $e_n^2$  は1Hz当たりのノイズ・パワー変化に比例します。したがって、 $e_n$  は  $\sqrt{\text{Hz}}$  当たりのノイズ電圧として表されます。

式(11)から、積分を展開して実際のRMSノイズ電圧を計算するには、下限の周波数  $f_1$  と上限の周波数  $f_2$ 、さらにそれぞれの周波数に応じた  $e_n$  の値を必要とすることがわかります。アナログ・デバイゼのモデル144の代表的なスペクトル密度のプロット( $e_n$  と  $i_n$  の両方)を図8に示します。

## 共通した密度スペクトルの設定

**ホワイト・ノイズ:** ホワイト・ノイズのスペクトルでは、 $e_n$  は周波数の関数として一定です。したがって、理想的とされる急峻なカットオフのフィルタを介して一定の帯域幅で測定されるRMSノイズ値は、次式で求められます。

$$(12) \quad E_n = \sqrt{\int_{f_1}^{f_2} e_n^2 df} = e_n \sqrt{f_2 - f_1}$$

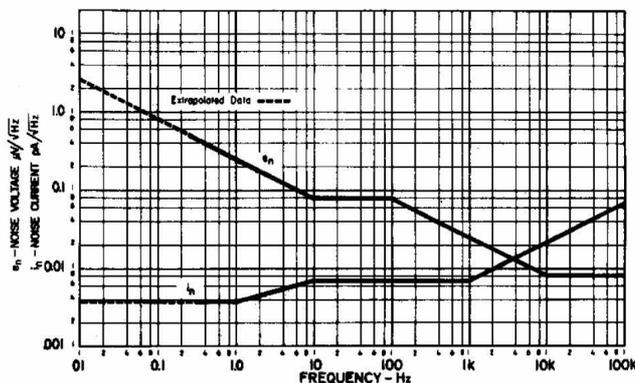


図8. ノイズ・スペクトル密度。アナログ・デバイゼのモデル144 (低価格のFETアンプ)

$f_2 - f_1$  は周波数帯域幅(式6、7、8、9のBを参照)を定義するので、ジョンソン・ノイズとショットキー・ノイズはともにホワイト・ノイズであり、ジョンソン・ノイズの場合には  $e_n$  が  $0.13 \times \sqrt{R} \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ 、または  $0.13 \times \sqrt{1/R} \text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}$  ( $R$ の単位は  $\text{M}\Omega$ ) となり、ショットキー・ノイズは  $5.7 \times 10^{-4} \sqrt{I} \text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}$  ( $I$ の単位も  $\text{pA}$ ) になることが明らかです。

$f_1$  が  $f_2$  の10%より小さい場合に、 $f_2$  から「DC」までのすべてのホワイト・ノイズを5%未満の誤差で求める簡単な式を以下に示します。

$$(13) \quad E_n = e_n \sqrt{f_2}$$

**ピンク・ノイズ:**  $e_n$  が  $\sqrt{1/f}$  と正確に比例する、理想的な  $1/f$  ノイズに適用される総称がピンク・ノイズです。以下の式で表されます。

$$(14) \quad e_n = K \sqrt{\frac{1}{f}}$$

$K$  は  $f=1\text{Hz}$  時の  $e_n$  の数値です。

$f_2$  から  $f_1$  までの周波数帯域におけるRMSノイズは、以下のように式(11)に式(14)を代入することによって計算できます。

$$(15) \quad E_n = K \sqrt{\int_{f_1}^{f_2} \frac{df}{f}} = K \sqrt{1n\left(\frac{f_2}{f_1}\right)}$$

$e_n$  対周波数を両対数座標上に表わすと、勾配は  $-3\text{dB}/\text{オクターブ}$  になります ( $e_n^2$  対周波数の勾配は  $-6\text{dB}/\text{オクターブ}$  です)。ピンク・ノイズのRMS値は、関係する帯域を規定する周波数の比によって左右されるので、ピンク・ノイズのすべてのオクターブまたはデケードは、他すべてのオクターブまたはデケードと同じRMSノイズ成分を持ちます。

1Hzより9デケード低い領域 ( $10^{-9}\text{Hz} \approx 1$  サイクル/30年) でRMSピンク・ノイズを計算することは、ピンク・ノイズを理解するうえで有益です。0.1~1Hzのデケードにおけるピンク・ノイズのRMS値が  $1 \mu\text{V}$  の場合、全9デケードでの全RMSノイズは  $\sqrt{9 \times 1^2} = 3 \mu\text{V}$  になります。

この結果に基づき、低い方の周波数  $f_1$  が非常に小さい数値(「DC」)に近づくに従って、RMSピンク・ノイズ(したがって理想的なフリッカー・ノイズ)は、環境要因や部品の経年劣化、あるいは部品の寿命などによって生じるドリフトよりも重要度が小さくなると判断できます。

**スポット・ノイズ:**  $e_n$  (またはその「平均」値) が本質的に一定であるとみなせるように、周波数のスペクトルを  $\Delta f_1$ 、 $\Delta f_2$ 、 $\Delta f_3$  などの、十分に狭い「点」または区間に分割すれば、式(11)を利用して、増分近似法を用いたRMSノイズ  $E_n$  を求めることが可能です。全区間のRMSノイズは単に、増分区間におけるノイズの2乗和の平方根で、以下になります。

$$(16) \quad E_n = \sqrt{e_{n1}^2 \Delta f_1 + e_{n2}^2 \Delta f_2 + \dots}$$

区間がすべて等しく  $\Delta f$  とすると、式(16)は以下のようになります。

$$(17) \quad E_n = \sqrt{\Delta f \sqrt{e_{n1}^2 + e_{n2}^2 + \dots}}$$

**フィルタ・スカート誤差**(フィルタの遮断特性に基づく誤差): 周波数成分に関するこれまでの説明では、ノイズ源から発生するノイズを周波数帯ごとに、カットオフの急峻な完全なフィルタを用いると想定してきました。しかし実際の回路では、一般的なフィルタ応答は1つの時定数で表わすことができます(正または負)。このようなフィルタは、その公称カットオフ周波数を超える帯域で重要な応答性を示します。たとえば、 $f_2$  以下の周波数帯全域におけるRMSホワイト・ノイズを表す式(13)は、カットオフ周波数が  $f_2$  の1次ラグ・フィルタによって、 $f_2$  以上の周波数で通過するホワイト・ノイズを考慮に入れるために、1.26で乗算しなければなりません。実際のところ、「ノイズ帯域幅」は  $f_2 \pi/2$  となり、フィルタ・スカート以下の周波数(すなわち、カットオフ周波数  $f_2$  を超える周波数)で通過したノイズを無視すると、誤差は26%になります。ただし、より高次のフィルタのスカートを無視することで発生する誤差は、大幅に小さくなる点に注目してください。6dB/オクターブのスカートのみによるRMSノイズ値は  $0.76 e_n \sqrt{f_c}$  です。

**読者へ:** ここまで忍耐強く読んでいただきありがとうございます。これからさらに長い説明が続きます。ここでは、電圧および電流ノイズのスペクトル密度のプロット、帰還アンプ回路のクロード・ループ・ゲインとインピーダンス・レベル、およびバックグラウンド資料によって理解できる特定の近似法を用いて、オペアンプ回路のノイズ・スペクトルと全ノイズを簡単にグラフから求める方法について解説します。

## 要約

1. ピンク・ノイズにより、スペクトルの各オクターブまたは各デケードでRMSノイズが等しく増加します。それぞれの増分値は各デケードで  $1.52K$ 、各オクターブで  $0.83K$  です(1Hz時の  $K = e_n$  または  $i_n$ )。
2. 1デケードより大きい帯域幅を考慮に入れると、ホワイト・ノイズの帯域幅は実質的にもっと高い周波数に等しくなります。
3. 2乗和平方根の加算により、相関関係のない2つのノイズ信号のRMS値のうち大きい方の値は、小さい方の値の3倍以上であれば(すなわち、両者の比の  $20 \log$  が  $10\text{dB}$  より大きい場合)、実質的にその合計値と等しくなります。
4. アンプ回路で典型的なランダム・スペクトルの異なる部分のノイズは相関関係がないので、2乗和平方根で加算できます。

## 「ピンク・ノイズ・タンジェント」の原理

電圧と周波数を両対数グラフに表した出力ノイズ・スペクトルのプロットを図9に示します。これは一例として全く任意に選択したものです。 $e_n$ とアンプのクローズド・ループ・ゲイン(つまり、真のノイズ・ゲイン)の対数目盛(実質的に積を求める)でそれぞれの値を単に加算するだけで、この結果が得られる点に留意してください。

最初に上記要約の(4)を使用して、スペクトルの各部分のノイズを計算します。

領域	RMSノイズ	計算方法
1	22 $\mu$ V	ピンク・ノイズ、2デケード、 $\sqrt{2} \times 1.52 \times 10$
2	100 $\mu$ V	ホワイト・ノイズ、2デケード、 $10 \times \sqrt{100}$
3	152 $\mu$ V	ピンク・ノイズ、1デケード、 $1.52 \times \sqrt{10,000}$
4	72 $\mu$ V	6dB/オクターブのスカート、 $0.76 \times 3 \times \sqrt{1000}$
5	42 $\mu$ V	ホワイト・ノイズ、 $0.3 \times \sqrt{20,000}$
6	40 $\mu$ V	6dB/オクターブのスカート、 $0.76 \times 0.3 \sqrt{30,000}$

これらのノイズのRMS合計値は、

$$\sqrt{152^2 + 100^2 + 72^2 + 42^2 + 40^2 + 22^2} = 205 \mu\text{V}$$

興味深い点として、 $K=100$ のピンク・ノイズ特性のタンジェント・ポイントに最も近い上記部分の2乗和平方根値が以下になることは注目に値します。

$$\sqrt{152^2 + 100^2 + 72^2} = 196 \mu\text{V}$$

要点を説明する前に、別の応答性を示す図10の例を見ることにしましょう。各部分のRMSノイズは、以下のとおりです。

領域	RMSノイズ	計算方法
1	8 $\mu$ V	ピンク・ノイズ、3デケード、 $K=3.16\sqrt{3} \times 3.16 \times 1.52$
2	126 $\mu$ V	ホワイト・ノイズおよびスカート(6dB/オクターブ)、 $1.26 \times 1.0 \times \sqrt{10^4}$
3	45 $\mu$ V	ホワイト・ノイズ、 $0.1 \times \sqrt{200,000}$
4	42 $\mu$ V	6dB/オクターブのスカート、 $0.76 \times 0.1 \sqrt{300,000}$

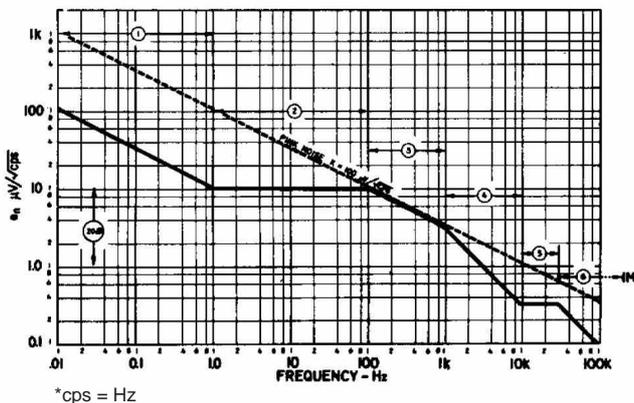


図9

これらのノイズのRMS合計値は、以下で求められます。

$$\sqrt{126^2 + 45^2 + 42^2 + 8^2} = 140 \mu\text{V}$$

すべてのノイズが領域2の中に存在すると仮定すれば誤差は10%未満になり、領域1全体を省略すると、誤差は無視できる程度まで抑えられる点に注目してください。さらに、存在するすべてのノイズをタンジェント領域(10kHz)の1デケードのピンク・ノイズによって近似できるとまったく恣意的に仮定すると、この概算値は $1.52 \times 100 = 152 \mu\text{V}$ となり、これは10%未満の誤差に十分おさまります。

要点は次のとおりです。つまり、-3dB/オクターブの勾配特性をもつピンク・ノイズをアンプの出力ノイズ特性曲線と接するまで下げると、全ノイズ出力に一番大きく影響するのは、そのピンク・ノイズ勾配線に非常に近接しているアンプのノイズ特性部分になります。ピンク・ノイズ勾配線より大幅に(すなわち、一般に10dB以上)低いアンプのノイズ特性部分から発生するノイズ・レベルは些細なものです。この説明は、全ノイズに占める1オクターブ(または1デケード)当たりのノイズ・レベルが等しくなる場所が、ピンク・ノイズ勾配であることを意味します。タンジェント領域には、アンプ回路の最大のノイズ発生要素が存在すると考えられます。その他の同等な区間におけるノイズ発生レベルは小さいはずであり、-3dB/オクターブの勾配より代表値で10dB以上低い区間では、ノイズはほんのわずかに過ぎません。

## 代表的な例

図11の回路について検討してみましょう。これはゲインが10および100の加算アンプで、1M $\Omega$ の帰還抵抗と160pFのコンデンサが並列に接続されています。このアンプのオープン・ループDCゲインは100dBで、 $f_1$ は1MHzです。

## ノイズ・ゲインの計算

図11には、アンプの想定オープン・ループ・ゲインと周波数の関係、それに帰還ネットワークの減衰(「ノイズ・ゲイン」)を示しています。ループ・ゲイン(A $\beta$ )は、2本の曲線の差です。帰還ネットワークの減衰は、1kHzまで $\times 111$ の一定の減衰量が維持され、ゲイン1(すなわち、0dB)まで6dB/オクターブの割合で減衰します。

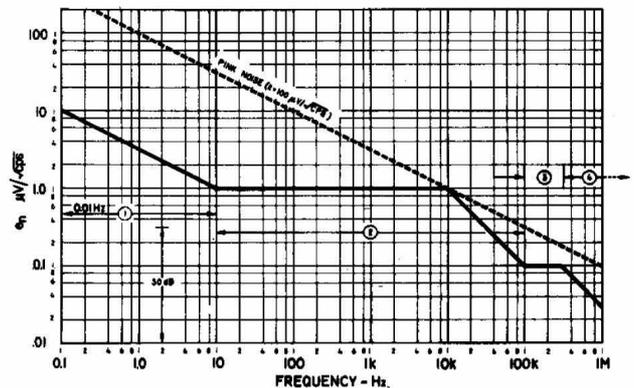


図10

最初に、通常の安定度の解析を実施します。この場合の解析は、非常に簡単なものです。つまり、ループ・ゲイン  $A\beta$  は約  $90^\circ$  の位相シフト(帰還ネットワークからではなく、アンプから  $90^\circ$ ) で  $0\text{dB}$  のレベルを通過します。約  $90^\circ$  の位相シフトは安定性だけでなく、ピーキングがないことも意味します。したがって、ノイズ・ゲインは  $100\text{kHz}$  付近で  $0\text{dB}$  に低下してから、 $1\text{MHz}$  付近でロールオフを再開します。

## ノイズ源の成分の特定とその計算

ノイズ源としてはアンプの  $e_n$  と  $i_n$ 、3つの抵抗におけるジョンソン・ノイズがあります。図12に、(最初に) 両対数グラフ上に  $i_n$  と  $e_n$  のプロットを示しています(ダッシュ線と下側の実線)。上記の方法に従って、最も大きいノイズ源とその発生時の周波数帯域幅を明らかにし、さらに回路の全RMS「内在」ノイズを計算するために、すべてのノイズ源の実質的な出力ノイズをプロットすることになります。

**アンプの電圧ノイズ ( $e_n$ ):** 出力において、ノイズ・スペクトルには  $e_n$  をノイズ・ゲインで乗算した値が含まれます。 $e_n$  とノイズ・ゲインがともに共通の両対数グラフ上にプロットされている限り、2つのスペクトルを加算するだけです(上側の実線)。

**アンプの電流ノイズ ( $i_n$ ):** 出力において、ノイズ・スペクトルには  $i_n$  を帰還インピーダンス ( $1\text{kHz}$  で  $1\text{M}\Omega$ 、その後は  $6\text{dB}/\text{オクターブ}$  のロールオフ) で乗算した値が含まれます。この曲線は、大きさが  $i_n R_f$  の低周波数時の電流曲線と平行で、折れ曲がり点の周波数以下では  $6\text{dB}/\text{オクターブ}$  の割合でその電流曲線から離れます(粗い点線)。

**抵抗ノイズ:** わかりやすく説明するために、各抵抗からのノイズを別個に示します(これらのノイズは、相関関係がないので、RMS値を用いて結合できるため)。この例では、各抵抗を電流ノイズ源として扱おうと便利です。3つの抵抗各々から発生する電流ノイズは、アンプの  $i_n$  と同様に帰還インピーダンスで乗算されます(点線、星印の点線、細かいダッシュ線)。

**ピンク・ノイズ線の接点位置の決定:** 5つのノイズ源のそれぞれについて計算された出力ノイズのスペクトル密度をプロットし、 $-3\text{dB}/\text{オクターブ}$  の勾配直線が曲線のどれか1つに接するまで下げていきます。その結果、この勾配直線に接するのは  $e_n$  ( $\times$ ノイズ・ゲイン) 曲線で、接点は  $1\text{kHz}$  であることが明らかになります。このことから、以下のことが定性的に観察されます。

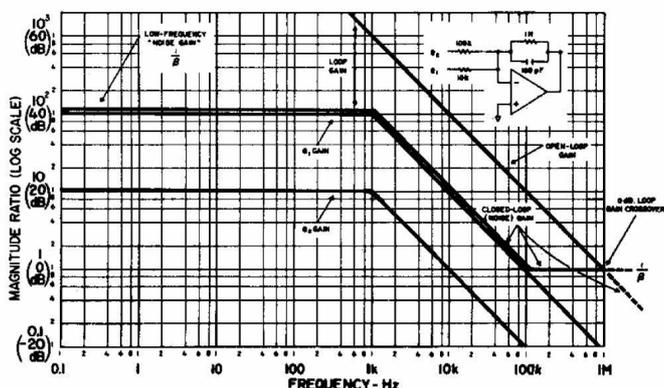


図11. クローズド・ループ・ゲインの関係

ランダム・ノイズの多くが  $1\text{kHz}$  付近で発生し、その大半はアンプから発生していますが、一部は  $10\text{k}\Omega$  の抵抗から発生しています。

$1\text{MHz}$  時では、ごくわずかですがノイズ・レベルが増加しています。

$1\text{kHz}$  付近のピンク・ノイズ ( $K=160\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ ) のデケードによって、(まったく任意に) すべてのノイズを近似すると、全RMSノイズは  $1.52 \times 160 = 244\mu\text{V}$  になります。この数値は、各曲線から実際に計算で出した値とそれほど大きな差がないことがわかります。

## 全ノイズの計算

領域	$E_{\text{rms}}$	計算方法
100kHz超 (アンプ)	$76\mu\text{V}$	ホワイト・ノイズ $-6\text{dB}/\text{オクターブ}$ のロールオフ、 $1.26 \times 0.06 \times 10^3$
1~100kHz (アンプ)	$120\mu\text{V}$	ホワイト・ノイズ $-6\text{dB}/\text{オクターブ}$ のスカート、 $0.76 \times 5 \times \sqrt{10000}$
200Hz~1kHz (アンプ)	$116\mu\text{V}$	スポット・ノイズ、 $100\text{Hz}$ スポット $10\sqrt{\sum e_n^2}$ の合計
全周波数 (抵抗)	$52\mu\text{V}$	$10\text{k}\Omega$ 抵抗、ホワイト・ノイズ、 $1\text{kHz}$ のロールオフ、 $1.26 \times 1.3 \times \sqrt{1000}$

上記の全ノイズには影響度の大きいすべてのノイズが含まれており、RMS値で表すと以下ようになります。

$$\sqrt{76^2 + 120^2 + 116^2 + 52^2} = 190\mu\text{V RMS}$$

その他の信号源と周波数帯域からのノイズが些細で、無視できるレベルであると理解することは、実際の回路設計で役立ちます。

## 上記の例の詳細な検討

$190\mu\text{V}$  の全ランダム・ノイズをいずれかの入力換算ノイズとして適用して、S/N比を求めることができます。 $e_1$  ( $100$ のゲイン) を基準にするときのノイズは  $1.9\mu\text{V RMS}$  であり、 $e_2$  ( $10$ のゲイン) を基準にするときのノイズは  $19\mu\text{V RMS}$  であることが確認されます。

この回路の信号「カットオフ」周波数は  $1\text{kHz}$  であり、 $1\text{MHz}$  時のノイズ発生レベルは大きいのですが、ピーキングが発生しないため、トータルではノイズの割合は比較的小さいと考えられます。ただし、位相マージンが比較的小さいアンプを使用し、かつ信号帯域幅も小さい場合には(比較的大きい帰還コンデンサを使用)、通過帯域からはるかに離れた  $1\text{MHz}$  の領域で支配的なノイズが発生することも考えられます。特定のアプリケーションでこのような状態が見られ、また通過帯域の狭いアンプを入手できない場合には、アンプの後段にインピーダンスの低いRCまたはLCローパス・フィルタを配置して、高周波数ノイズを大幅に低減することが望めます。この方法をとると、フィルタ出力側における伝達関数が出力ノイズ・スペクトルに適用され、ピンク・ノイズの勾配は特性曲線のどれか1つと再び接するまで低下します。

回路設計者への重要な提案:(可能な場合)アンプの帯域幅がアプリケーションに必要な帯域幅より大きいアンプは使用しないこと。

## ノイズ指数

まだアンプの「ノイズ指数」について説明していません。ノイズ指数とは、信号源抵抗のノイズのほかにアンプに起因して追加されるノイズの測定値です。以下の式で計算されます。

$$(18) \quad N.F. = 10_{\log} \frac{E_n^2 + I_n^2 R_s^2 + 4kTR_s B}{4kTR_s B}$$

ここで、 $R_s$  は信号源抵抗値です。ノイズ指数はdBの単位で表わされ、ノイズのない理想的なアンプではゼロになります。あるアンプで  $R_s = E_n / I_n$  すなわち「最適ノイズ抵抗値」と呼ばれる値をとると、ノイズ指数は最小になります。ノイズ指数は帯域幅に応じて変化し、最適ノイズ抵抗値は各周波数帯域に応じて異なる点に注意してください。ノイズ指数を表すのに最適な方法は実際のクローズド・ループ構成、および計算されたRMSノイズで表す方法です。上の例では、この定義を用いて計算すると、以下ようになります。

$$N.F. = 10_{\log_{10}} \frac{\text{(全出力ノイズ)}}{\text{(信号源抵抗によるノイズ)}} \\ = 10_{\log_{10}} \frac{(190)^2}{(1.26)^2 (1.3)^2 (1000)} = 11.3 \text{ dB}$$

このアンプでは、周波数帯域幅が低いときに最適ノイズ抵抗値が以下の数値になり、

$$\frac{0.12 \mu\text{V} \sqrt{\text{Hz}}}{10 \text{ pA} \sqrt{\text{Hz}}} = 12 \text{ k}\Omega$$

1kHz時には、以下の数値まで上昇します。

$$\frac{0.05 \mu\text{V} \sqrt{\text{Hz}}}{0.12 \text{ pA} \sqrt{\text{Hz}}} = 400 \text{ k}\Omega$$

なお、ノイズ指数がベストでも、発生するノイズは必ずしも最低になるとは限りません。非反転アンプの構成を検討するときに、この考えが非常に有用です。各種の回路インピーダンス・レベルを用いて実験的な回路設計を行う際には、単に出力ノイズを最小限に抑えるのではなく、S/N比を最大化するために、基準入力信号として小信号を追加することが適切な設計方法になります。

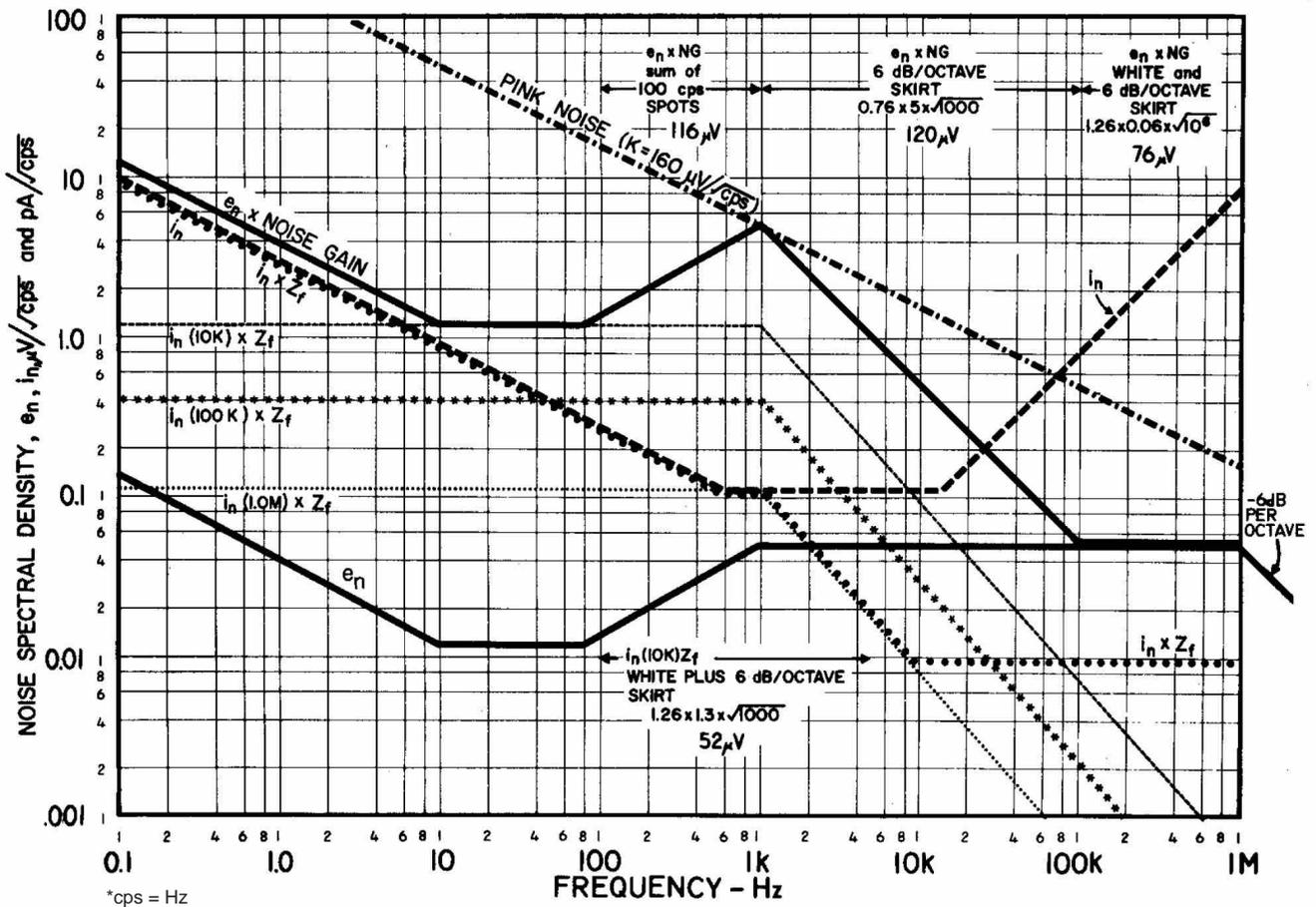


図12. クローズド・ループのノイズ・スペクトル