

コレクタ出力レール TO レール OP アンプの裸出力インピーダンスは
高いはずだが？（後編）

それでもまだ局部帰還が効く周波数が高すぎではないか

著者：石井 聡

はじめに

前々回の技術ノートでは「東京湾アクアライン裏側探検」、前回の技術ノートでは「千倉の道の駅 潮風王国のアジフライ定食」のお話をしました。今回も千葉（房総半島）の名物についてご紹介しましょう。



図 1. レストランこだま [4]の「勝浦タンタンメン」。ひき肉が他店より多く入っていて、このひき肉がラー油と絡まりまた絶品



図 2. 江ざわ [5]の「勝浦タンタンメン」。Wikipedia [3]によると、ここが元祖とされる。辛味を選べたので中辛を選んだら結構辛いが美味しい。店舗は勝浦市の山あいにある

千葉の房総半島で「三大ラーメン」と呼ばれるラーメン・カテゴリがあります。それらは「竹岡ラーメン [1]」「アリラン・ラーメン [2]」、そして「勝浦タンタンメン [3]」。今回はこの勝浦タンタンメンをご紹介します。図 1 と図 2 は勝浦タンタンメンの名店と呼ばれる 2 店にお邪魔したときに撮影した写真です。図 1 が「レストランこだま [4]」（レストランといっても大衆食堂風）の勝浦タンタンメン、図 2 が「元祖」と呼ばれる「江ざわ [5]」の勝浦タンタンメンです。

勝浦タンタンメンはもともと、漁師や海女が漁で冷えた体を温めるために食されてきた、普及してきたとされる、ご当地ラーメンです。胡麻担々麺と異なり、醤油にラー油というスープからなっており（といっても店舗ごとでバリエーションが広がっているようですが）、ラー油の辛さが効いているラーメンです。

もし南房総、それも外房にお越しの際には、ネットでお店を探して（[4, 5]のお店が掲載されているサイトがお勧めです）事前に目星を付けたうえで、ぜひ食されてくださいませ。

さて、今回の技術ノートでは…

このシリーズ初回の前々回、レール to レール出力 OP アンプではトランジスタのコレクタが出力となっており、トランジスタのコレクタ出力インピーダンスが高いという話題からスタートしました。この点からレール to レール出力 OP アンプの裸の出力インピーダンスも高いだろうことが推測され、実際に超簡易 NPN トランジスタ・モデルを用いてシミュレーションしてみると危惧したとおりということが分かりました。

そして前回は、この危惧は「局部帰還」というテクニックによりある程度解決され、出力インピーダンスが低減することを説明しました。また（とくに帰還量の大きいボルテージ・フォロワの場合では）負帰還によりさらに出力インピーダンスが低下することもシミュレーションから分かりました。

今回はこの流れとして、局部帰還に関連する話題（ミラー効果）を説明し、また局部帰還を施した場合の裸の出力インピーダンスを数式で計算してみます。つづいて負帰還によりどのように出力インピーダンスが低減するかを示し、最後に局部帰還の効果をさらに高める方式について考えていきたいと思います。なおこの技術ノート・シリーズでは説明の都合上、コレクタ出力容量 C_{ob} はゼロにしています。

これは「ミラー効果」と同じ接続方法だ！

図 3 に示す、これまで見てきたコレクタ・ベース間に接続される「局部帰還」、このインピーダンス Z がコンデンサだとすれば、これは増幅回路で生じる「ミラー効果（Miller effect）[6]」となるコンデンサの接続と同じになっていることに気がつくます。また帰還回路として考えてみると、「帰還コンデンサ」、回路とすれば「積分回路」ともいうこともできます。

アナログ・デバイス株式会社は、提供する情報が正確で信頼できるものであることを期していますが、その情報の利用に関して、あるいは利用によって生じる第三者の特許やその他の権利の侵害に関して一切の責任を負いません。また、アナログ・デバイス社の特許または特許の権利の使用を明示的または暗示的に許諾するものでもありません。仕様は、予告なく変更される場合があります。本紙記載の商標および登録商標は、それぞれの所有者の財産です。
©2024 Analog Devices, Inc. All rights reserved.

Rev. 0

アナログ電子回路技術ノート

TNJ-102

.ac dec 100 10m 100meg

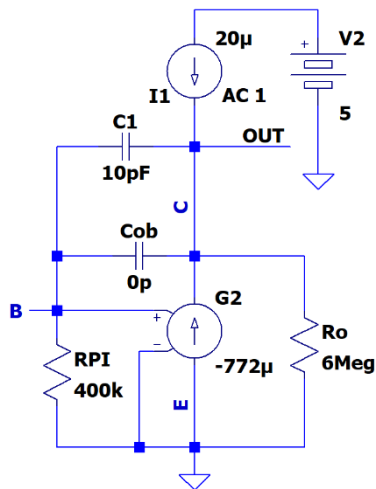


図 3. コレクタ・ベース間にインピーダンス Z (10pF) のコンデンサ $C1$ が接続された (局部帰還された) 超簡易トランジスタ

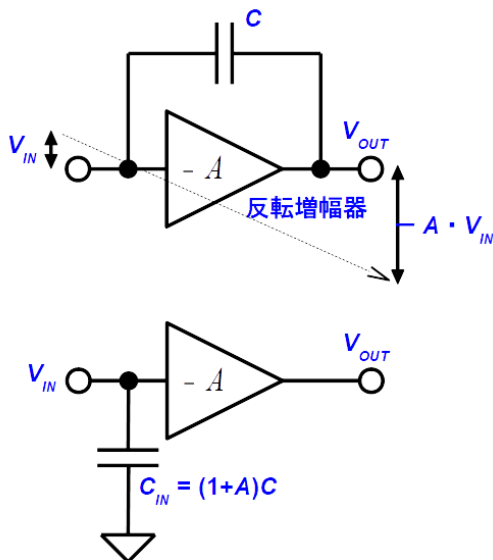


図 4. ミラー効果の考え方

さて、ミラー効果とは、図 4 のようにゲインが $-A$ である反転増幅回路の入出力端子間に、コンデンサ C が接続されたとき、入力端子からは $(1+A)C$ の容量がグラウンドに対して接続されているように見える作用のことです。入力から見える見かけ上の容量が $(1+A)$ 倍になる効果のことです。

図 4 を再度見てください。入力の電圧を V_{IN} 、出力の電圧を V_{OUT} とすれば、電圧増幅率 A は

$$A = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} \quad (1)$$

また同図中に示したような電圧関係になります。入力はグラウンド電位に対して $+V_{IN}$ [V] になり、出力はグラウンド電位に対して $-AV_{IN}$ [V] になります。増幅器の入力インピーダンスが無限大だとすると、入力に加わった電圧 V_{IN} から生じる電流 I_M はすべてコンデンサ C に流れ、さらにその大きさは

$$I_M = \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{X_C} = \frac{V_{IN} - (-AV_{IN})}{X_C} = \frac{(1+A)V_{IN}}{X_C} \quad (2)$$

ここで X_C はコンデンサ C で生じるリアクタンスです。同じ容量の単体のコンデンサ C をグラウンドに対して接続し電圧 V_{IN} を加えると、そのときに流れる電流 I_C は

$$I_C = \frac{V_{IN}}{X_C} \quad (3)$$

ですから、ミラー効果により見かけ上の電流が $I_M: I_C = (1+A): 1$ により $(1+A)$ 倍に大きくなることが分かります。

つまりリアクタンス X_C は一定ではありますが、入力からは $1/(1+A)$ 倍に小さくなったリアクタンス、容量として考えれば容量 C が $(1+A)$ 倍に大きくなったもの

$$C_{IN} = (1+A)C \quad (4)$$

が同図 4 のように入力からグラウンドに対して接続されたものと同じとして考えることができます。これが「ミラー効果」です。

ここで分かることは「コンデンサの容量が小さくても、増幅回路の増幅率が大きければ、それに従い (ミラー効果による) 見かけ上の容量も相当大きくなっていく」ということです。ミラー効果は入力側のインピーダンスにより、反転増幅器の増幅率の周波数特性が低下 (劣化) してくる影響を与えます。

このように局部帰還はミラー効果も生じることから、前回の TNJ-101 の図 16 のように、インピーダンスが低下する周波数を低くしようとしてコンデンサの容量を大きくしていくことも、適切とは言えないことが分かります。なお、このあたりの改善方法については、今回の技術ノートの後半で示します。

コンデンサによる局部帰還を施したケースの出力インピーダンスを式から計算してみる

まずはアーリー効果による出力抵抗の影響は無視して計算してみる

前回 TNJ-101 で求めた以下の式 [TNJ-101 では式(26)]

$$r_{OUT} = \frac{r_\pi}{\gamma(1+g_m r_\pi)} = \frac{1}{\gamma\left(\frac{1}{r_\pi} + g_m\right)} \quad (5)$$

を使って、コレクタ出力インピーダンス r_{OUT} を具体的に数値計算してみましょう。数値計算の結果は、前回の図 15 (図 5 として再掲) の結果と同じになるはずですが、なおアーリー効果によるコレクタ出力抵抗 r_{Early} の分はまだ考慮から外しています。

式(5)において r_π は「アールパイ」と呼ばれる、本技術ノートでは「ベース入力相当抵抗」としたもの、 Z は局部帰還として接続されるインピーダンス、 γ はインピーダンス Z とベース入力相当抵抗 r_π により形成される分圧率

$$\gamma = \frac{r_\pi}{r_\pi + Z} \quad (6)$$

また g_m は超簡易トランジスタのトランス・コンダクタンスです。

なお $1/r_\pi \ll g_m$ だと仮定すると [この仮定は前回の TNJ-101 の式(24)から考えると $i_B \ll i_C$ という条件に相当します]、

$$r_{OUT} \cong \frac{1}{\gamma g_m} \quad (7)$$

となり、ここに式(6)を代入すると

$$r_{OUT} \cong \frac{1}{\left(\frac{r_\pi}{r_\pi + Z}\right) g_m} \quad (8)$$

またここまでの議論のように局部帰還はコンデンサ = 容量であることから、

アナログ電子回路技術ノート

TNJ-102

$$Z = \frac{1}{j\omega C} \quad (9)$$

これを上記の式(8)に代入すると

$$\begin{aligned} r_{OUT} &\cong \frac{1}{\left(\frac{r_\pi}{r_\pi + Z}\right) g_m} = \frac{1}{\left(\frac{r_\pi}{r_\pi + \frac{1}{j\omega C}}\right) g_m} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{j\omega C r_\pi}{j\omega C r_\pi + 1}\right) g_m} = \frac{j\omega C r_\pi + 1}{j\omega C r_\pi g_m} \end{aligned} \quad (10)$$

$\omega = 0$ においては

$$r_{OUT} = \infty \quad (11)$$

また $\omega = \infty$ においては

$$r_{OUT} = \frac{1}{g_m} \quad (12)$$

となることが分かります。これまでの検討と同じで正しそうです。

ここで実際の数字（パラメータ）を以下のようにして MATLAB 互換の Octave を用いて数値計算してみます。これは前回の図 3 に示したものと同一値になります。

$$C = 10\text{pF}$$

$$g_m = \frac{i_C}{V_T} \bigg|_{i_C=20\mu\text{A}} = 772\ \mu\text{S}$$

$$r_\pi = \beta \frac{V_T}{i_C} \bigg|_{i_C=20\mu\text{A}} = 400\ \text{k}\Omega \quad (\text{この大きさに設定})$$

$$\beta = r_\pi \frac{i_C}{V_T} \bigg|_{i_C=20\mu\text{A}} = r_\pi g_m = 309$$

計算結果を図 6 に示します。

出力インピーダンスが一定になるコーナ周波数

出力インピーダンスが一定になるコーナ周波数は、式(10)におけるゼロ（分子=0）の周波数であり、

$$j\omega C r_\pi + 1 = 0 \quad (13)$$

から、

$$\omega = \frac{1}{jC r_\pi} = 2\pi f, \quad f = \frac{1}{j2\pi C r_\pi} \quad (14)$$

より $f = 39.8\text{kHz}$ になることが分かります。これは図 5（前回 TNJ-101 の図 15）と同じになっています。以降であらためてこの式(14)を用います。

なお繰り返しますが、ここではまだアーリー効果によるコレクタ出力抵抗

$$r_{Early} = 6\text{M}\Omega$$

が反映されていませんので、このままでは周波数が低下するにしたがい出力インピーダンスは上昇を続けます。

アーリー効果による出力抵抗の影響を含めて計算してみる

しかし実際にはアーリー効果によるコレクタ出力抵抗が存在し、低域ではこれが支配的になります。ここまでは無視してきたアー

リー効果 $r_{Early} = 6\text{M}\Omega$ によるコレクタ出力抵抗を含めて計算してみましょう。

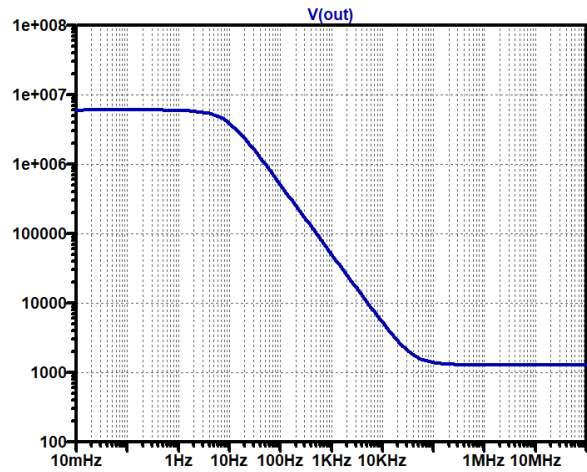


図 5. 前回の図 15（10pF の局部帰還をかけた回路で超簡易 OP アンプの出力インピーダンス）の再掲

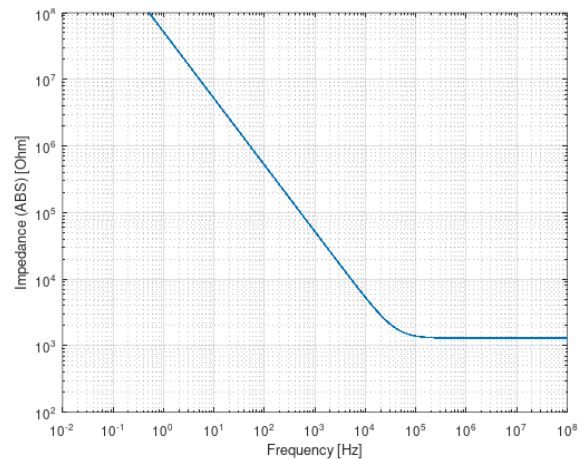


図 6. 数値計算による超簡易トランジスタ・モデルのコレクタ出力インピーダンス（アーリー効果は考慮していない）

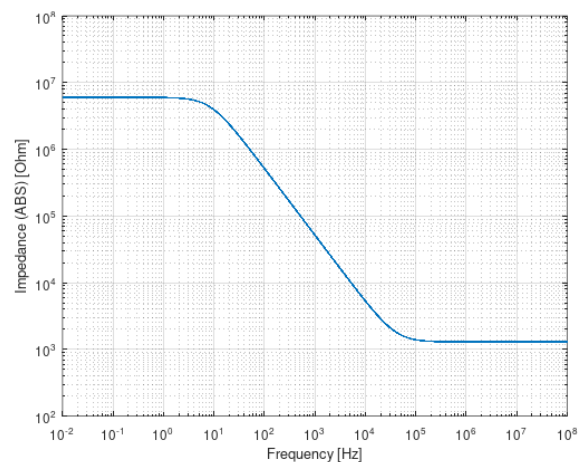


図 7. 数値計算による超簡易トランジスタ・モデルのコレクタ出力インピーダンス（アーリー効果を考慮した）。図 5 に酷似している

アナログ電子回路技術ノート

TNJ-102

アーリー効果はこれまで計算した出力インピーダンスに対して並列になることから

$$r_{OUT} \cong \frac{j\omega C r_{\pi} + 1}{j\omega C r_{\pi} g_m} // r_{Early} \quad (15)$$

となります。これを数値計算してみた結果を図 7 に示します。この結果は図 5 に酷似していることが分かります。このように計算式での検討は正しかったことを裏付けてくれました。

それでも出力インピーダンスが低下する周波数は高いと思わない？

最初してこここで、レール to レール出力 OP アンプで用いられているコレクタ出力（エミッタ設置）トポロジの裸の出力インピーダンスは、「局部帰還」というテクニックによりある程度解決され、出力インピーダンスが低減することを示しました。

そして帰還量の大きいボルテージ・フォロワの場合では、負帰還によりさらに出力インピーダンスが低下することもシミュレーションから分かりました。

しかし、図 7 を見ても気が付くように、「もう少し低い周波数で出力インピーダンスが低下してほしいなあ」とか「低下する周波数は高いと思わない？」とか欲が出てくるのではないでしょうか。

出力インピーダンスが低下する周波数（一定になるコーナ周波数）が低下するようにエミッタ・フォロワを挿入してみる

そこでここではどうすれば出力インピーダンスが低くなる周波数をさらに低下できるかを考えてみたいと思います。

図 8 のようにこれまでの超簡易トランジスタ・モデル（赤で囲ったところ）に対して、エミッタ・フォロワ（緑で囲ったところ）を追加してみました。なお先の説明のように $\beta = 309$ の超簡易トランジスタを用いたものです。この回路を本来のトランジスタで表記した例を図 9 に示します。図 8 などこれまででは、この簡易等価回路を示していたわけでは

出力インピーダンス変化の周波数特性は $1/\beta$ に低減する

シミュレーション結果を図 10 に示します。数値は出力インピーダンスが $10k\Omega$ になる周波数を測定したポイントになっていますが、オリジナルの回路の場合、 $5.129kHz$ だったものが $17.783Hz$ に低下しています。これはエミッタ・フォロワを挿入したことにより、出力インピーダンスの周波数特性が $1/\beta$ に低減したことを意味します ($5.129kHz/\beta = 5.129kHz/309 = 166Hz$)。

これは式(14)において、

$$f = \frac{1}{j2\pi C r_{\pi}} \quad (14) \text{再掲}$$

だったものにエミッタ・フォロワを挿入することにより、図 8 の G3 の入力、図 9 の Q2 のベースから見える等価的な r_{π} が β 倍に増大し (βr_{π})、式(14)の変化の周波数特性が $1/\beta$ に低減するわけです。

このように回路を構成することで、出力インピーダンスが低くなる周波数をさらに低下させることができるわけですね。奥深い構成ですね…。

コレクタ出力レール to レール OP アンプの詳細内部回路は開示されていないので、この部分が実際にどのようなになっているかは分かりません。しかしかなりの確率でこのようなテクニックが用いられ、最適化が図られているだろうことが予想されます。

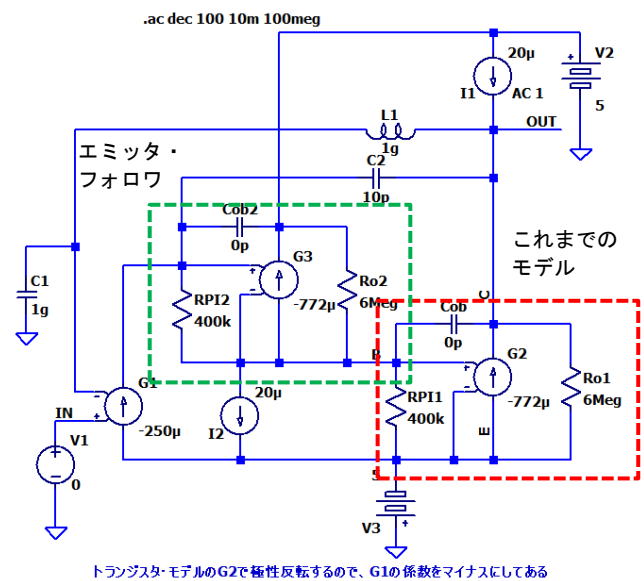


図 8. これまでの超簡易トランジスタ（赤部分）による OP アンプ・モデルにエミッタ・フォロワ（緑部分）を追加した

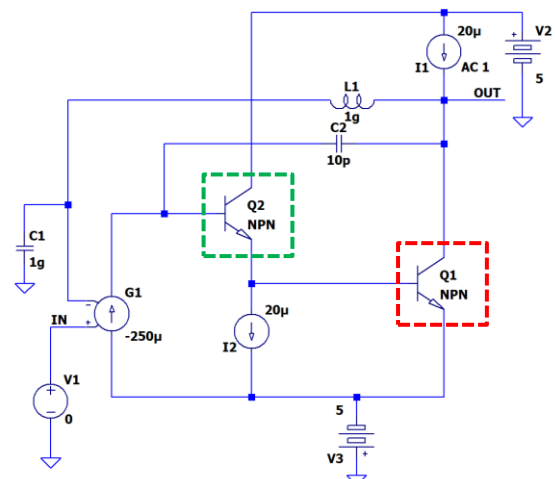


図 9. 図 8 の回路を実際のトランジスタに置き換えたもの。緑と赤の枠で図 8 と比較できるようにした

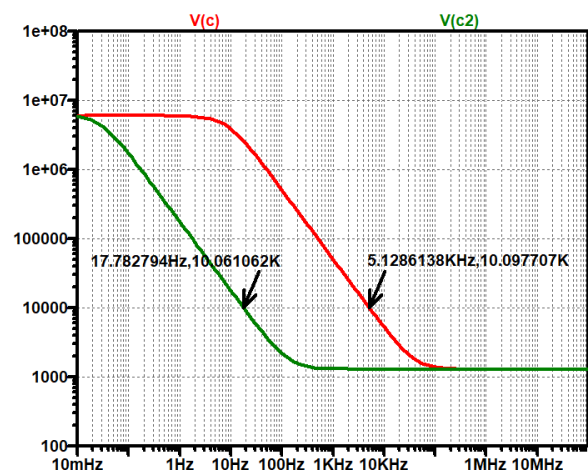


図 10. 図 8 のシミュレーション結果。出力インピーダンスが一定になるコーナ周波数が $1/\beta$ に低下している

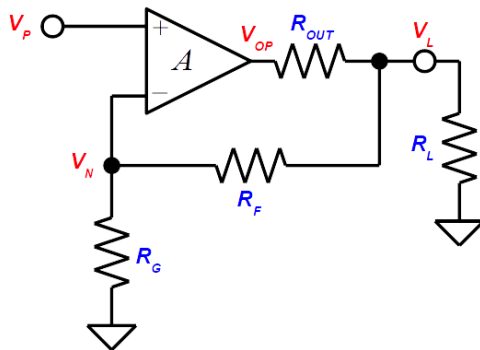


図 11. OP アンプの見かけ上の出力抵抗を求める（負帰還により見かけ上の出力抵抗は低減する）

（シリーズさいごに…）OP アンプ回路において負帰還により見かけ上の出力インピーダンスが低減するしくみ

前回、図 8, 9, 17, 18 において負帰還により OP アンプの見かけ上の出力インピーダンスが低下すると説明してきました。そこではシミュレーションのみでそのうごきを示してきました。

ここではこの見かけ上の出力インピーダンスが低下するしくみを、式を使って確認していきたいと思ひます。

図 11 はこれを求める基本回路図です。ここには出力抵抗 R_{OUT} と負荷抵抗 R_L が追加されています。テブナンの定理を使って見かけ上の出力インピーダンスを求めてみるというアプローチをとります。必要となる関係式を以下に挙げてみます。

まず帰還率

$$\beta = \frac{R_G}{R_F + R_G} \quad (16)$$

反転入力端子の電圧

$$V_N = V_{OP} \frac{R_L}{R_{OUT} + R_L} \beta = V_L \beta \quad (17)$$

ただし $R_F \gg R_{OUT}, R_L$ としています。 V_L は負荷抵抗の端子電圧で

$$V_L = \frac{R_L}{R_{OUT} + R_L} V_{OP} \quad (18)$$

これから OP アンプの出力電圧は

$$V_{OP} = A(V_P - V_N) = A \left(V_P - V_{OP} \frac{R_L}{R_{OUT} + R_L} \beta \right) \quad (19)$$

ここで V_P は OP アンプへの入力電圧、 A は OP アンプの増幅率（オープンループ・ゲイン）です。これを V_{OP} に対して解くと

$$V_{OP} \left(1 + \frac{A\beta R_L}{R_{OUT} + R_L} \right) = AV_P \quad (20)$$

$$V_{OP} = \frac{A}{1 + \frac{A\beta R_L}{R_{OUT} + R_L}} V_P \quad (21)$$

負荷抵抗端子電圧 V_L は、式(18)に式(21)を代入し

$$V_L = \frac{R_L}{R_{OUT} + R_L} \cdot \frac{A}{1 + \frac{A\beta R_L}{R_{OUT} + R_L}} V_P \quad (22)$$

ここでテブナンの定理を使って、まず $R_L = \infty$ の条件で考えると

$$V_{L-OPEN} = \frac{A}{1 + A\beta} V_P \quad (23)$$

つづいて $R_L = R_{OUT}$ の条件（負荷抵抗 R_{OUT} 接続）で考えると

$$\begin{aligned} V_{L-LOAD} &= \frac{R_{OUT}}{R_{OUT} + R_{OUT}} \cdot \frac{A}{1 + \frac{A\beta R_{OUT}}{R_{OUT} + R_{OUT}}} V_P \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{A}{1 + \frac{A\beta}{2}} V_P \end{aligned} \quad (24)$$

このとき、見かけ上の出力抵抗を求める式は

$$R_{EQV} = \frac{R_L}{V_{L-OPEN} - V_{L-LOAD}} \quad (25)$$

となります。これから $R_L = R_{OUT}$ とし、

$$\begin{aligned} R_{EQV} &= \frac{R_{OUT}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{A}{1 + \frac{A\beta}{2}} V_P - \frac{1}{2} \cdot \frac{A}{1 + \frac{A\beta}{2}} V_P} \\ &= \frac{R_{OUT}}{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{1 + A\beta} - \frac{1}{2 + A\beta} \right)} = R_{OUT} \left(\frac{2 + A\beta}{1 + A\beta} - 1 \right) \\ &= \frac{R_{OUT}}{1 + A\beta} \end{aligned} \quad (26)$$

となり、出力抵抗 R_{OUT} は負帰還により $1/(1 + A\beta)$ に低減して R_{EQV} として見えることが分かります。周波数上昇により OP アンプの増幅率（オープンループ・ゲイン） A が低下してくると R_{EQV} が上昇してくることも分かります。

このように局部帰還と負帰還で、レール to レール出力 OP アンプの出力インピーダンスは実用レベルで低減が実現されているわけです。

まとめ

3 回のシリーズとなったレール to レール出力 OP アンプの裸出力インピーダンスの解析。私も「コレクタ出力（エミッタ共通）回路であれば、出力インピーダンスは高いだろう…。しかしどのようなしくみになっているんだろうか」と長い間不思議でありました。解析してみるとかなり奥深いしくみになっていることが分かり、そして動作上では問題のないレベルまで低減されていることが分かり、これまた感慨深い技術ノートとなりました。

参考文献

- [1] 竹岡ラーメン, Wikipedia, <https://ja.wikipedia.org/wiki/竹岡ラーメン>
- [2] アリランラーメン, Wikipedia, <https://ja.wikipedia.org/wiki/アリランラーメン>
- [3] 勝浦タンタンメン, Wikipedia, <https://ja.wikipedia.org/wiki/勝浦タンタンメン>
- [4] レストランこだま, 熱血!! 勝浦タンタンメン船団, <http://katsutan-sendan.com/shop/351/>
- [5] 元祖勝浦式担々麺 江ざわ, 熱血!! 勝浦タンタンメン船団, <http://katsutan-sendan.com/shop/347/>
- [6] ミラー効果, Wikipedia, <https://ja.wikipedia.org/wiki/ミラー効果>