

進み位相補償の限界とその理由（前編）

あわせて…広島に行って驚いたこと

著者：石井 聡

広島に行って驚いたこと

2019 年の夏。私用で 3 泊 4 日の行程で、久しぶりに広島を訪れた。会社の業務終了後の出発だったので、広島駅到着は遅く 22:00。新幹線改札を出ると、そこには嬉しそうに帰路につく赤いユニフォームを着た多数の人々の波があった。驚きながらも、その中をすり抜けて宿泊先のホテルに向かう。翌朝の NHK テレビの広島地方トップ・ニュースは広島東洋カープ [1] の試合結果。なんとトップで…！対ヤクルト 3 連戦の 2 戦目を 5-4 で勝利と知り、昨夜の人々が嬉しそうだった理由も腑に落ちた。

その日のお昼に入った中華料理屋の壁面は一面カープのポスター。800 円の野菜炒め定食を食しながら、「ん？」と気がついたカープ試合日程のポスターには、なんと全試合結果をマジックで書き込んである。昨日のも早速ちゃんと書き込んである。

夜は一人で八丁堀のお好み村での「ぼっちディナー」（図 1）。「そういえば、（なぜそうなったのか未だに不明だが）長男が小さいころからカープが好きで、家族で観戦に来たな。20 年くらい前だったかもしれないな」。あとで調べると 2003 年だったが、それは実はもう一つ、我が大切な兄弟を広島に連れていく、親としての大きな目的があった。「帰りにカープ土産を買っていく（で送ってあげる）か」。美味しく、量の多かった広島風お好み焼き（キャベツが多く、もたれることもなく）と冷却した霜降りジョッキで飲む生ビール 2 杯でおなかいっぱい、ほろ酔い気分。振り返ると店内の壁面はすべてカープのポスター。

広島駅前の宿泊先ホテルまでは八丁堀電停から路面電車（図 2）。路面電車も新型車両 [2-4] になっていて、これまた驚き（後で調べて分かったが、広島電鉄はかなりの車両種数を保有している）。車体上側面にはカープの赤いラッピングが施されているのではないかと、と、さらに驚く我がほろ酔いオヤジ。そして乗車したその車内で聞こえる電停案内に…またまたびっくり。アナウンスが広島東洋カープの選手なのだ…。アナウンスは選手自身の名前と電停名に、一言コメントを交えたものだった（優勝しましょとか、球場に来てくださいとか）。

私は驚きとともに想った。球団や選手をととても身近に感じる、と。「これではメロメロになってしまう。野球に興味がなくとも、応援したくなる／見に行きたくなるな。さすが市民球団を源流とする [5] 球団だ…。ジェフユナイテッド市原・千葉 [6] が J1 に昇格したら黄色のユニフォームを着て気が狂ったように応援しているだろう私は、窓越しに流れる、未だ黄昏時の、広島島の明るい繁華街の通りのようすを、ぼんやり眺めながら、驚きとともに、何故か、何故だかこみ上げるように、そう想った。

ホテルに戻りテレビを点けると対ヤクルトの 3 戦目をやっていた。マツダスタジアムのスタンドは、なんと右翼も左翼も真っ赤であった。またもやここでも驚きを禁じ得なかった。

テレビを観ているその私は、「買い忘れてはならない」と路面電車を降りた広島駅前前で早速買った（マダ 2 日目ダ！）、長男へのお土産とする真っ赤な野球帽を握っていた。（おわり）

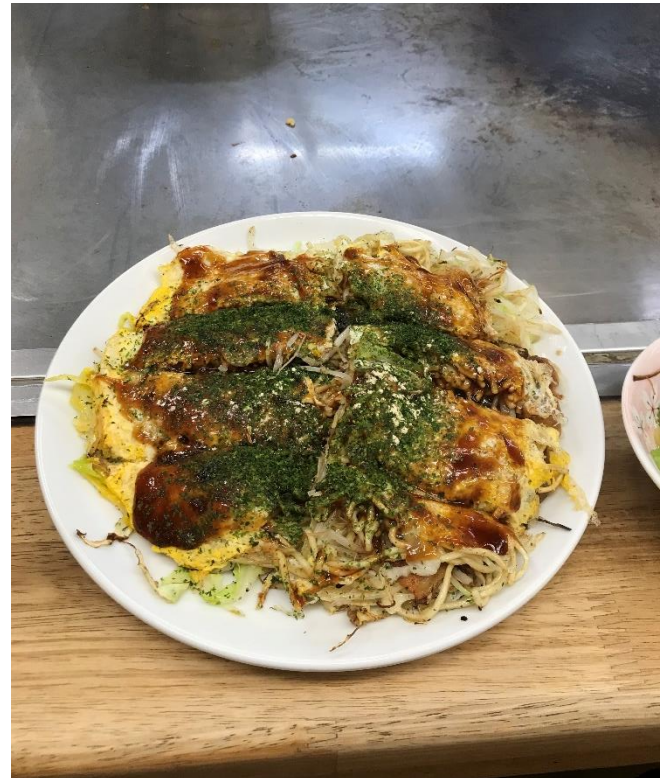


図 1. お好み村での「ぼっちディナー」。量が相当あるように見えるが、キャベツが多くかなりヘルシー的（右にちょこっと見えるのは牛スジの煮込み。これも美味かった）



図 2. 5100 形 Green mover max [3]。八丁堀電停に停車中を撮影

アナログ・デバイス株式会社は、提供する情報が正確で信頼できるものであることを期していますが、その情報の利用に関して、あるいは利用によって生じる第三者の特許やその他の権利の侵害に関して一切の責任を負いません。また、アナログ・デバイス社の特許または特許の権利の使用を明示的または暗示的に許諾するものでもありません。仕様は、予告なく変更される場合があります。本紙記載の商標および登録商標は、それぞれの所有者の財産です。
©2020 Analog Devices, Inc. All rights reserved.

Rev. 0

アナログ・デバイス株式会社

本 社／〒105-6891 東京都港区海岸 1-16-1 ニューピア竹芝サウスタワービル
電話 03 (5402) 8200
大阪営業所／〒532-0003 大阪府大阪市淀川区宮原 3-5-36 新大阪トラストタワー
電話 06 (6350) 6868

アナログ電子回路技術ノート

TNJ-067

はじめに

毎度迷走といってもいい、この『回路設計 WEB ラボ』。「はじめに」がはじめではありません（汗）。

さて、引き続き、ここで今回の「はじめに」をお伝え申し上げます。

今回と次回は「進み位相補償」について考えてみたいと思います。進み位相補償は OP アンプ増幅回路の安定性を高める方法として、よく用いられるものではないでしょうか。私も初級から卒業するころ、「どんな条件でも進み位相補償が効くはずだ」と思いつつ実際に OP アンプで実験すると、自分の想いと回路の動きが異なっていた経験があります。ある先輩は言っていました「回路やソフトウェアは思ったとおりに動くのではなく、作ったとおりに動くのだ…」。至極ごもっともで…。

今回はその限界と理由について考察してみたいと思います。しかし「広島に行って驚いたこと」とは一切、本文の内容が関係ないところが、いかに、この『回路設計 WEB ラボ』が迷走であるかを物語っております…。

周波数特性のピーキングと回路の動作安定性を考える

これまで WEB ラボでも「位相余裕」という用語を紹介してきました（たとえば [7]）。これは帰還増幅回路の安定性を評価する指標です。この数字が大きいほうが回路は安定に動作します。

図 3 は高速 OP アンプ LTC6252 に負荷容量 47pF を接続したものです。負荷容量により位相遅れが増大し動作が不安定になっている状態を見てみる回路です。なお、G = 10 (20dB) です。LTC6252 をまずご紹介しておきます。

LTC6252 電力効率の高い、720MHz、3.5mA レール・トゥ・レール入力/出力オペアンプ

<https://www.analog.com/jp/ltc6252>

【概要】

LTC6252/LTC6253/LTC6254 は、レール・トゥ・レール入力/出力を備え、ユニティゲインで安定する、低消費電力、

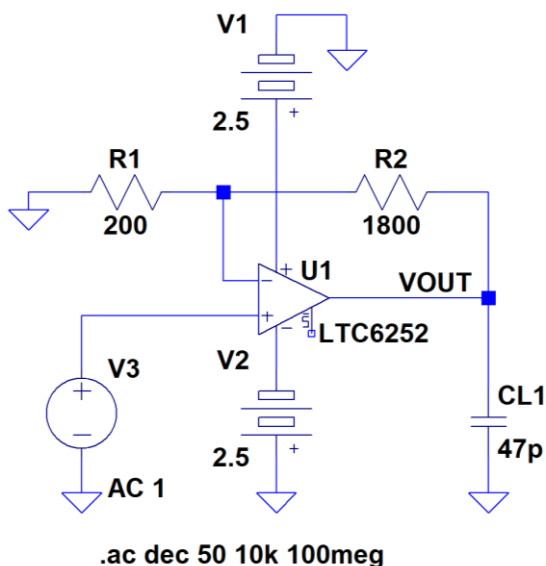


図 3. LTC6252 に負荷容量を接続し動作が不安定になるようすをシミュレーションする回路

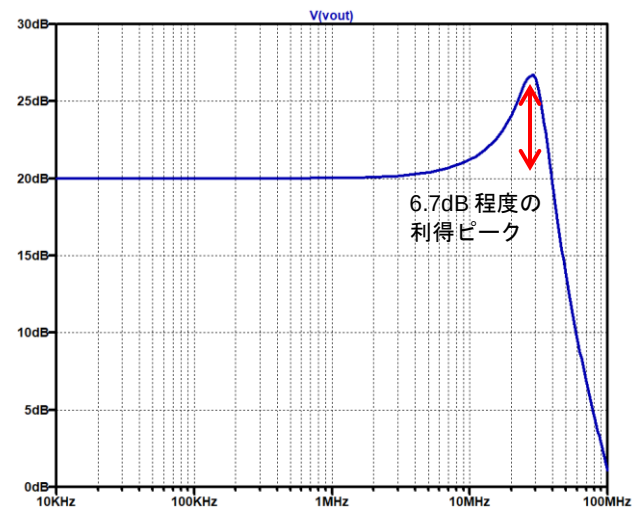


図 4. 図 3 のシミュレーション結果

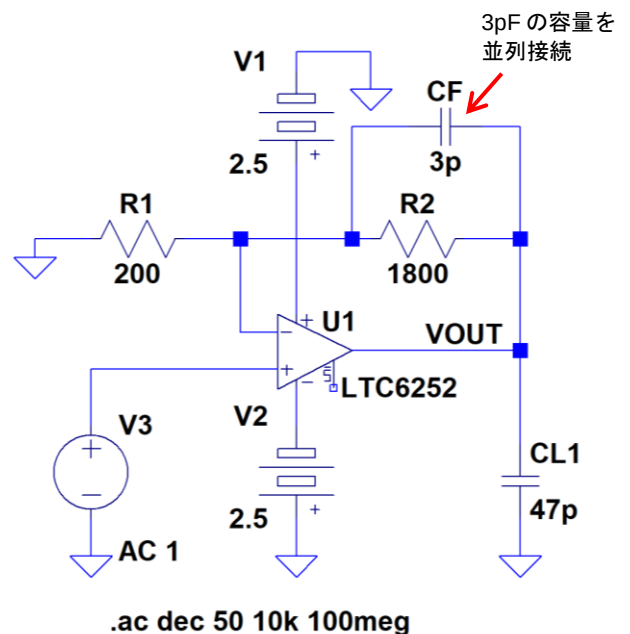


図 5. 図 3 の LTC6252 の回路に 3pF の進み位相補償を施した

高速動作のシングル/デュアル/クワッド・オペアンプです。わずか 3.5mA の消費電流で 720MHz の利得帯域幅積と 280V/μs のスルーレートを持ち、入力換算ノイズがわずか 2.75nV/√Hz です。このように広い帯域幅、高スルーレート、低消費電力、低い広帯域ノイズを実現する LTC6252 ファミリーは、同等の消費電流のレール・トゥ・レール入力/出力オペアンプの中で独自の位置を占め、低電源電圧の高速信号調整システムに最適です。

(後略)

図 3 の LTSpice による回路の AC 解析シミュレーション結果を図 4 に示します。6.7dB 程度の利得ピーク（ピーキング）が確認されました。これは（詳細はこの技術ノートでは説明しません。[7]などをご覧ください）位相余裕が 25° 程度しかないと予測されるものです。

アナログ電子回路技術ノート

TNJ-067

進み位相補償とは

この回路に対して図5のように帰還抵抗 R_2 に、容量 3pF を並列接続してみます。シミュレーション結果を図6に示します。図4で見えていたピーキングが消え、周波数上昇とともに、なだらかに減衰領域を迎えていることが分かります。このような常識的な増幅特性は、位相余裕が改善したものであり、位相余裕は 60° 以上あると予測されるものです。

このように帰還抵抗に容量を並列接続することを「進み位相補償」といいます。帰還回路で進み位相が形成されることにより、系全体での位相遅れを改善（低減）できる効果があります。

しかし容量を並列接続する進み位相補償は、どのようなケースでも有効でしょうか？

進み位相補償が効かないぞ

つづいて図7は、図3の回路を $G=2$ (6dB) にして同様なシミュレーションを試みるものです。並列接続する容量を、step コマンドを使って可変させ、その効き具合を見てみます。

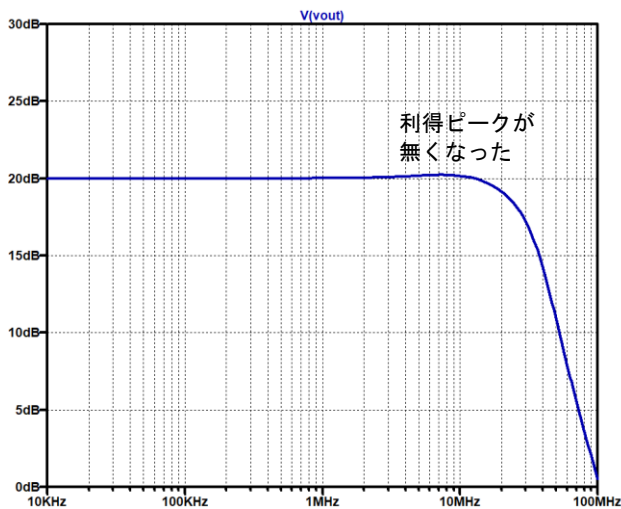


図6. 図5のシミュレーション結果

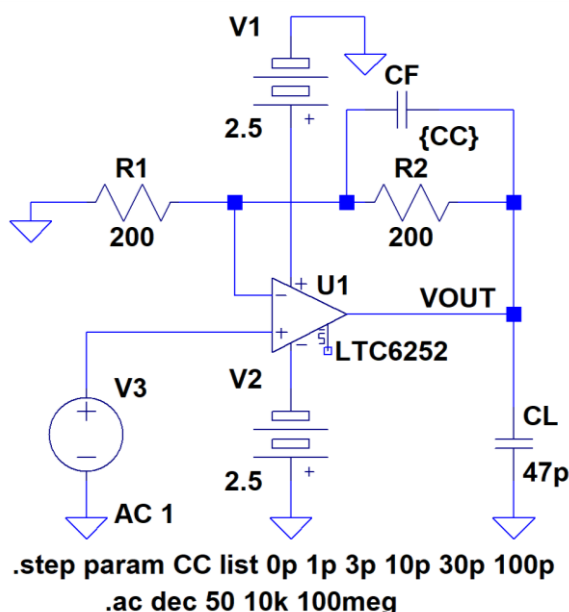
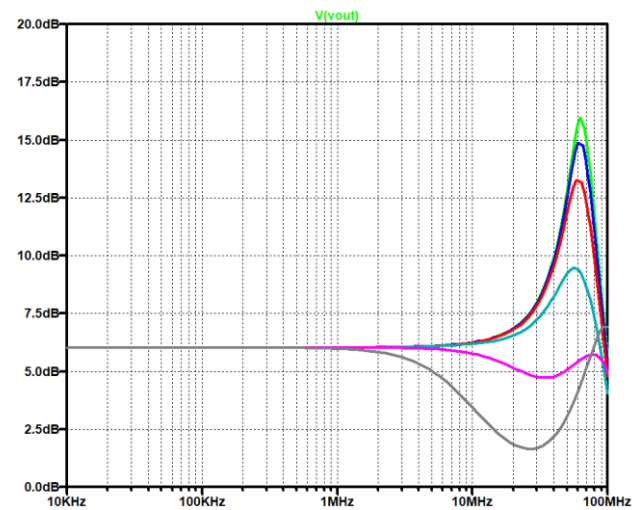
図7. 図5を $G=2$ (6dB) にしたシミュレーション回路。step コマンドで並列容量を可変する (0, 1, 3, 10, 30, 100pF)

図8. 図7のシミュレーション結果 (上から 0, 1, 3, 10, 30, 100pF)。進み位相補償の効が悪い

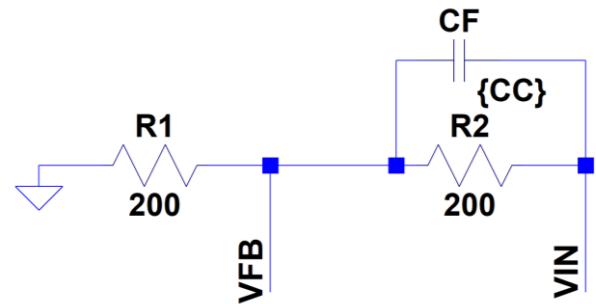


図9. ここまでの帰還回路部分を取り出した

図8にシミュレーション結果を示します。容量値を変化させ、大きくしていても、思いのほかピーキングが低減していません（位相余裕が改善していません）。これはなぜでしょうか…。どうやら、進み位相補償はいつでも有効とはいえないさそうだということに気がつきます。また容量値が大きすぎると周波数特性が大きく劣化してしまいます。

帰還回路により位相が変化するしくみを考える

最終的には「進み位相補償はどんなケースでも有効とはいえない」ということの原因を探究してきますが、まずは帰還回路の容量により位相が変化するしくみを数式で考えていきましょう。

通常、このような解析では、ラプラス演算子 s を用いる「ポール（極）とゼロ（零）」という考え方で説明されることが多いですが、私もそのようにこのWEBラボの他の記事でも説明してきました。しかしこの技術ノートでは一歩下がり、ラプラス演算子 s を用いずに、直球勝負で虚数単位 j のみを用いて位相変化を考えてみます。

帰還回路部分だけを取り出してみる

図9はここまで見てきた回路の帰還回路部分だけを取り出してみたものです。並列接続される容量も記載しています。入力ノード V_{IN} が（ここまで見てきた回路の）OP アンプ出力に相当し、 V_{FB} (Feedback Voltage の意味) というノードがOP アンプの反転入力端子に帰還されるところです。この入力 V_{IN} から出力 V_{FB} にかけての伝達関数を、虚数単位 j を用いて計算してみます。 R_2 に並列に容量が接続された電圧分割回路ですから、以下のように式を立てることができます。

アナログ電子回路技術ノート

TNJ-067

$$V_{FB} = \frac{R_1}{R_1 + \frac{R_2}{j2\pi f C_F}} V_{IN} \quad (1)$$

$$\frac{V_{FB}}{V_{IN}} = \frac{R_1}{R_1 + \frac{R_2}{j2\pi f C_F R_2 + 1}} = \frac{R_1(j2\pi f C_F R_2 + 1)}{R_1(j2\pi f C_F R_2 + 1) + R_2} \quad (2)$$

ここで

$$H(f) = \frac{V_{FB}}{V_{IN}} \quad (3)$$

として伝達関数として表すことができ、さらに

$$H(f) = \frac{R_1 + j2\pi f C_F R_1 R_2}{1} \cdot \frac{1}{(R_1 + R_2) + j2\pi f C_F R_1 R_2} = U_1(f) \cdot U_2(f) \quad (4)$$

この $U_1(f)$ と $U_2(f)$ それぞれは、進み位相要素となる分子の部分

$$U_1(f) = \frac{R_1 + j2\pi f C_F R_1 R_2}{1} = R_1 + j2\pi f C_F R_1 R_2 \quad (5)$$

ここで分母は 1 なので、単に表記を変えてあります。また遅れ位相要素となる分母の部分

$$U_2(f) = \frac{(R_1 + R_2) - j2\pi f C_F R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2 + (2\pi f C_F R_1 R_2)^2} \quad (6)$$

ここでは分母を実数に（有理化）してあります。

このようにすれば、図 10 のように $U_1(f)$ と $U_2(f)$ の従属接続として伝達関数 $H(f)$ の数学的モデルを考えることができます。

位相の変化を考えてみる

この従属接続モデルの位相変化を考えてみましょう。それぞれの位相変化は

$$\arg[U_x(f)] = \tan^{-1} \left[\frac{\text{Im}\{U_x(f)\}}{\text{Re}\{U_x(f)\}} \right] \quad (7)$$

として（実数部 Re と虚数部 Im の比から）得ることができます。まず式(4)の分子の部分である式(5)の $U_1(f)$ の位相は

$$\arg[U_1(f)] = \tan^{-1} \left(\frac{2\pi f C_F R_1 R_2}{R_1} \right) = \tan^{-1}(2\pi f C_F R_2) \quad (8)$$

ところで

$$\tan^{-1}(1) = 45^\circ$$

ですから、この式(8)が 45° の「進み」になる条件は

$$2\pi f C_F R_2 = 1 \quad (9)$$

となります。この周波数 f_{U1} は

$$f_{U1} = \frac{1}{2\pi C_F R_2} \quad (10)$$

つづいて式(4)の分母の部分である式(6)の $U_2(f)$ の位相は

$$\arg[U_2(f)] = \tan^{-1} \left(-\frac{2\pi f C_F R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right) \quad (11)$$

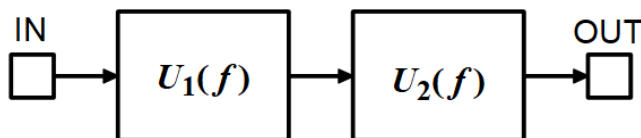


図 10. 図 9 の回路の数学的モデル

また

$$\tan^{-1}(-1) = -45^\circ$$

ですから、式(11)が 45° の「遅れ」になる条件は

$$2\pi f C_F R_1 R_2 = R_1 + R_2 \quad (12)$$

となります。この周波数 f_{U2} は

$$f_{U2} = \frac{R_1 + R_2}{2\pi C_F R_1 R_2} = \frac{1}{2\pi C_F} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \quad (13)$$

このように $U_1(f)$ と $U_2(f)$ それぞれの位相特性を得ることができます。

回路全体 $H(f)$ の位相変化は

$$\arg[H(f)] = \arg[U_1(f)] + \arg[U_2(f)] \quad (14)$$

となり、 $U_1(f)$ で進み位相が形成され、 $U_2(f)$ で遅れ位相が形成されることになります。 f_{U1} と f_{U2} との関係は抵抗値の比として

$$f_{U1} : f_{U2} = \frac{1}{R_2} : \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \quad (15)$$

となりますから、 $f_{U1} < f_{U2}$ です。いまここで f_{U1} と f_{U2} が十分に離れているとすれば（図 9 の回路定数ではそのような関係になっていませんが）、 f_{U1} 手前で $U_1(f)$ により図 9 の回路の位相が進み始め、 f_{U1} で 45° になり、それを超えると位相が 90° まで進み、つづいて f_{U2} 手前で $U_2(f)$ により位相が遅れ始め（「位相が戻る」といったほうが現場的かも）最終的に回路全体 $H(f)$ の位相は 0° に戻ります。

位相の変化をプロットしてみる

図 11 は R_1 を $1\text{k}\Omega$ 、 R_2 を $100\text{k}\Omega$ 、 C_F を 10pF としたときの $U_1(f)$ 、 $U_2(f)$ それぞれの位相変化と回路全体 $H(f)$ の位相変化を、数値計算により得たようすです。 R_1 、 R_2 の比を大きくしていますので、回路の増幅率が高い $[G = 100 \text{ (40dB)}]$ 、一方で帰還率は低い $[\beta = 1/G = 1/100 \text{ (-40dB)}]$ 条件になっています。

上から $U_1(f)$ 、 $U_2(f)$ 、 $H(f)$ の位相変化となっています。上記の説明のように、上の $U_1(f)$ は [式(10)から] 周波数が $f_{U1} = 159.2\text{kHz}$ のとき位相が $+45^\circ$ となり、さらに周波数が上昇すると $+90^\circ$ となります。中央の $U_2(f)$ は [式(13)から] 上記より高い周波数 $f_{U2} = 16.07\text{MHz}$ のとき位相が -45° となり、さらに周波数が上昇すると -90° になります。これにより下の回路全体 $H(f)$ の位相は $0^\circ \Rightarrow +90^\circ \Rightarrow 0^\circ$ と変化していることが分かります。回路全体 $H(f)$ の位相の最大進み量は 78.6° になっています。

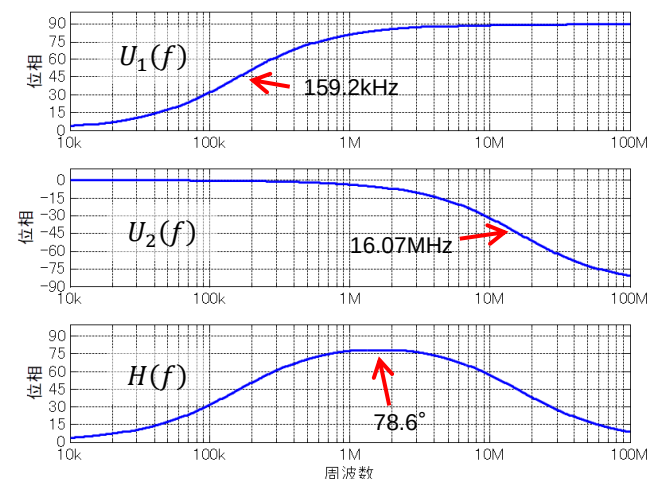


図 11. R_1 を $1\text{k}\Omega$ 、 R_2 を $100\text{k}\Omega$ 、 C_F を 10pF としたときの $U_1(f)$ 、 $U_2(f)$ 、 $H(f)$ それぞれの位相変化のようす

アナログ電子回路技術ノート

TNJ-067

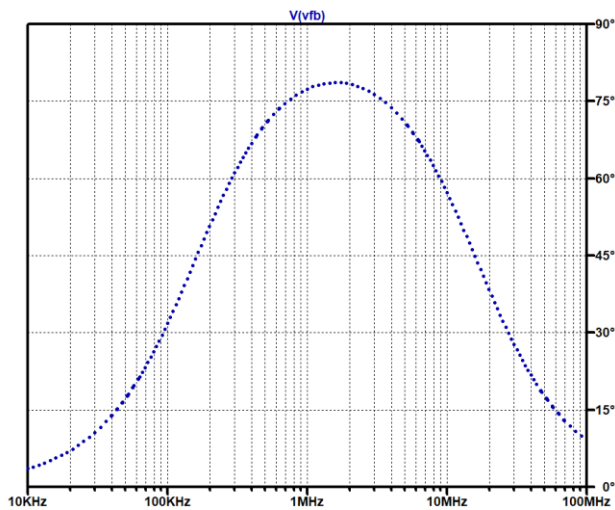


図 12. LTspice で図 11 と同じ条件を設定し $H(f)$ の位相変化をシミュレーションしてみた

図 12 に図 11 の条件を LTspice で構成し (図 9 の定数を変えて)、 $H(f)$ の位相変化をシミュレーションした結果を示します。図 11 の結果と同じになっていることが分かります。このようなかたちで進み位相補償が形成されるわけですね。

なお最大位相進みが形成される周波数は相乗平均で

$$f_{Lmax} = \sqrt{f_{U1} \cdot f_{U2}} \quad (17)$$

として計算できます。

回路の増幅率を低下させると進み位相補償が効かなくなる

図 3 の回路を図 7 のように $G = 2$ (6dB) にすると「進み位相補償が効かないぞ」という状態になります。 $R_1 = 1k\Omega$ 、 $R_2 = 1k\Omega$ で考えてみます。さきの説明のように、このとき f_{U1} と f_{U2} の比は

$$f_{U1} : f_{U2} = \frac{1}{R_2} : \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} = 1 : 2 \quad (16 \text{ 再掲})$$

となります。こうすると $f_{U1} = 15.92\text{MHz}$ 、 $f_{U2} = 31.83\text{MHz}$ となり、 f_{U1} と f_{U2} とがあまり離れていない状態になります。

この状態で図 11 に相当する $U_1(f)$ 、 $U_2(f)$ 、 $H(f)$ の位相変化を数値計算してみたものを図 13 に示します。 f_{U1} と f_{U2} とが近いことにより、回路全体 $H(f)$ の位相の最大進み量は 19.5° に低下しています。形成された最大位相進み量が思いのほか小さいことが分かります。

図 14 に図 13 の条件を LTspice で構成し、 $H(f)$ の位相変化をシミュレーションした結果を示します。図 13 の結果と同じになっていることが分かります。

回路全体 $H(f)$ の最大位相進み量が小さいのは、 $U_1(f)$ は周波数が $f_{U1} = 15.92\text{MHz}$ のとき位相が $+45^\circ$ となり、すでにその周波数付近で $U_2(f)$ が効き始め (変化し始め)、さっそく周波数 $f_{U2} = 31.83\text{MHz}$ のとき $U_2(f)$ の位相が -45° となり、回路全体 $H(f)$ において、 $U_1(f)$ の変化を打ち消してしまうからです。

これが「進み位相補償が効かないぞ」の理由なのです。「回路の増幅率 G を低下させる (帰還率 β を上昇させる) と、 f_{U1} と f_{U2} とが近接することにより、十分に $U_1(f)$ による進み位相が形成されない」ことが理由なのです。 f_{U1} と f_{U2} との比を k すると、式 (17) の周波数 f_{Lmax} で得られる最大位相進み量 ϕ_{max} は

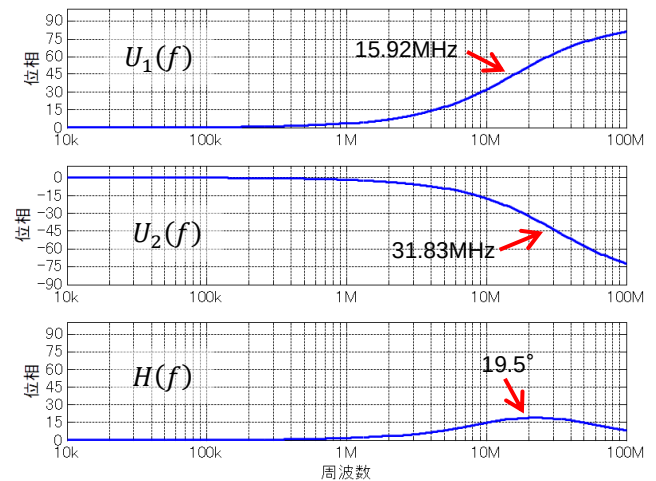


図 13. R_1 を $1k\Omega$ 、 R_2 を $1k\Omega$ 、 C_F を 10pF としたときの $U_1(f)$ 、 $U_2(f)$ 、 $H(f)$ それぞれの位相変化のようす

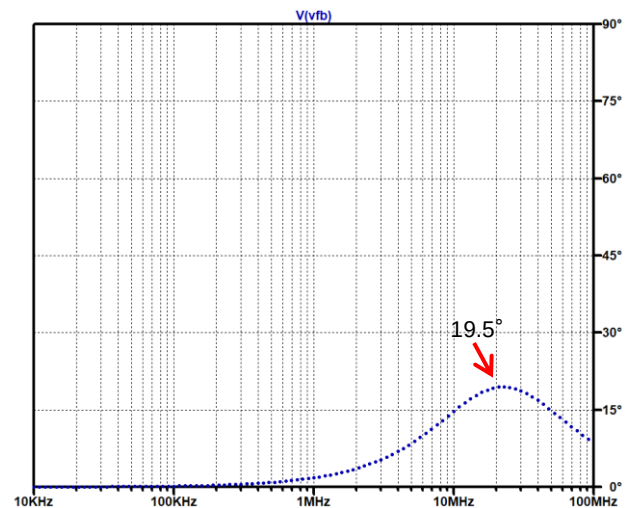


図 14. LTspice で図 13 と同じ条件を設定し $H(f)$ の位相変化をシミュレーションしてみた

$$\phi_{max} = \frac{\pi}{4} - 2 \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{k}} \right) \quad (18)$$

という式で計算することができます (単位は radian)。この式 (18) での計算結果と、図 11 や図 13 の結果は符合していることも分かります。なおこの式が得られる説明は、さらに記事が長くなるので割愛します (汗…。導出できないわけではありません…。自分で考えたものですから)。

次回は

今回は、進み位相補償が OP アンプの入力容量を補償する場合のうごきについて考えてみたいと思います。今回、「回路の増幅率を低下させると進み位相補償が効かなくなる」と説明しましたが、入力容量を補償する場合はどうなるのかという視点で探究してみます。

またあわせて次回では、スイッチング・レギュレータで用いられている電流出力型のエラー・アンプにおける位相補償回路について、ここまで同様、位相変化を考えてみます。電流出力チャージ・ポンプ PLL も出力は電流出力なので、それと同様に位相補償を考えることができます。

アナログ電子回路技術ノート

TNJ-067

最後におまけ「路面電車に乗りながらエンジニアは思う」

最後におまけというか、広島路面電車に乗って思ったことをクイズ的にご提示して終わりにします。さて、路面電車はどうやって交差点でのポイント制御をするのでしょうか。

私は路面電車にほろ酔い気分で乗りながら思いました。「JR などの一般的な鉄道で採用されている高度な制御システムでもなさそうな路面電車では、どう制御されているのか?」。ネットをサーチすれば答えは分かるのですが、これまた関心する方法でありました…。是非、皆様、調べてみてくださいませ。

ところで[2-4]で示した広島電鉄 5x00 形電車は 5000 形が GREENMOVER、5100 形が Green mover max、5200 形が Green mover APEX という愛称があるそうです。

もう一つおまけです。妻は最近の私を「にわかサッカー・ファンね」といいますが、私は幼少のころ、『三菱ダイヤモンド・サッカー』（東京 12 チャンネル。現テレビ東京）[8]をみて、「欧州のサッカーはスゲー!」と大興奮していた、意外と古くからのサッカー・ファン（坊や）だったりするのです（笑）。

参考文献

- [1] 広島東洋カープ公式サイト, <https://www.carp.co.jp/>
- [2] 広島電鉄 5000 形電車, Wikipedia, [https://ja.wikipedia.org/wiki/広島電鉄 5000 形電車](https://ja.wikipedia.org/wiki/広島電鉄_5000_形電車)
- [3] 広島電鉄 5100 形電車, Wikipedia, [https://ja.wikipedia.org/wiki/広島電鉄 5100 形電車](https://ja.wikipedia.org/wiki/広島電鉄_5100_形電車)
- [4] 広島電鉄 5200 形電車, Wikipedia, [https://ja.wikipedia.org/wiki/広島電鉄 5200 形電車](https://ja.wikipedia.org/wiki/広島電鉄_5200_形電車)
- [5] 広島東洋カープ, Wikipedia, <https://ja.wikipedia.org/wiki/広島東洋カープ>
- [6] ジェフユナイテッド市原・千葉公式ウェブサイト, <https://jefunited.co.jp/>
- [7] 石井 聡; 帰還回路の位相余裕が同じならオーバーシュートはいつも同じか?, TNJ-018, 回路設計 WEB ラボ, アナログ・デバイセズ
- [8] 三菱ダイヤモンド・サッカー, Wikipedia, <https://ja.wikipedia.org/wiki/三菱ダイヤモンド・サッカー>