

The World Leader in High Performance Signal Processing Solutions



# PLL(位相ロック・ループ)の理論的 側面をOPアンプとの比較で理解する (その3)

アナログ・デバイセズ株式会社  
石井 聡



# Agenda (その1)

1. 位相を制御する自動制御システムとして**PLL**をモデル化してみる
2. 位相比較器とチャージ・ポンプは位相を基準にすれば線形(比例)入出力ブロック
3. **VCO**は「位相差に比例した制御信号で周波数が変化」とは
4. **PLL**を**OP**アンプと比較してみる



## Agenda (その2)

5. ループ・フィルタも考慮にいれる

6. 帰還系の安定化をループ・フィルタに進み要素を入れて実現する



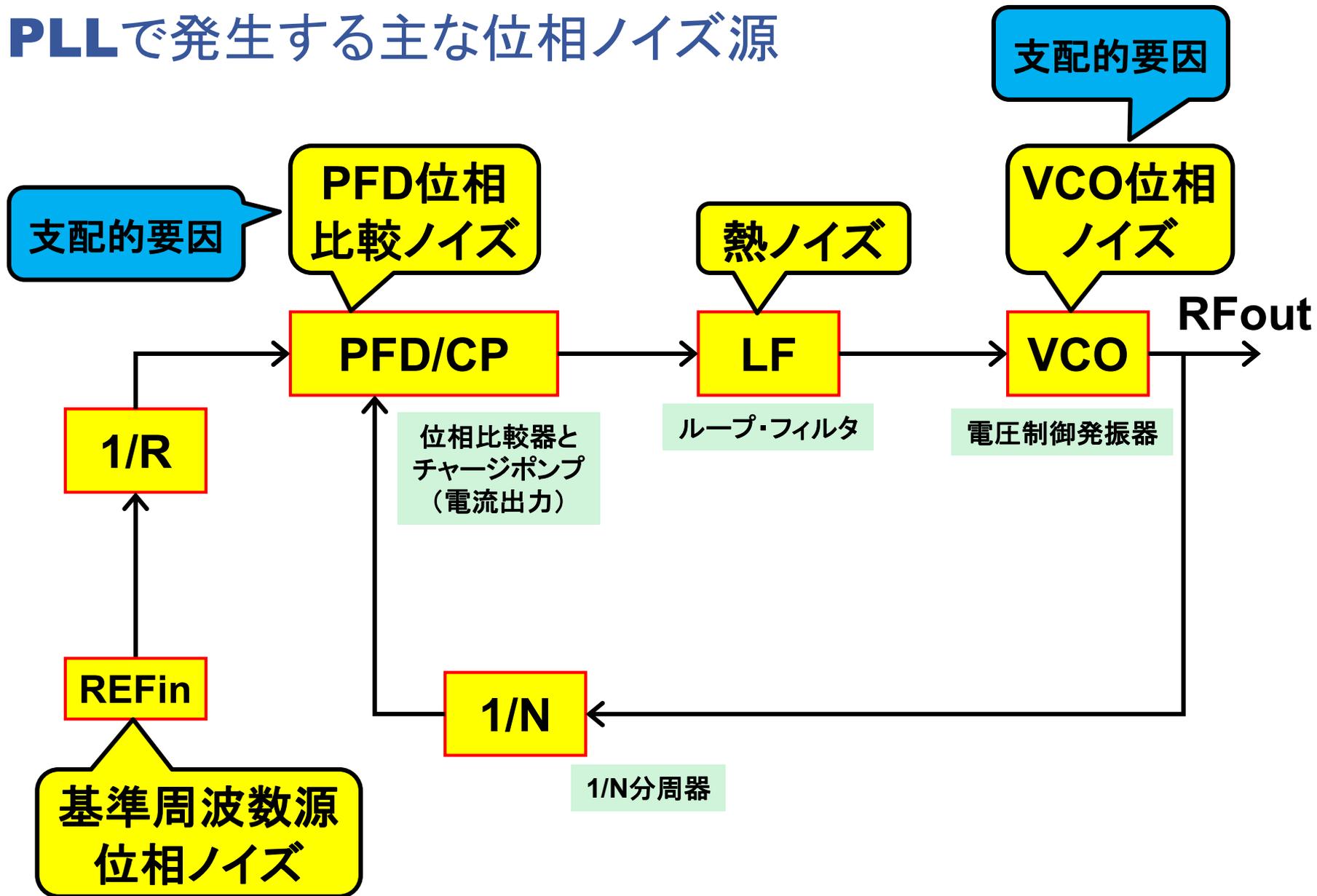
## Agenda (その3)

7. 位相雑音を**OP**アンプのフィードバック回路で考える(① **PFD**ノイズ)
8. 位相雑音を**OP**アンプのフィードバック回路で考える(② **VCO**ノイズ)
9. アクティブ・ループ・フィルタで生じるノイズの影響度の見積り
10. 実際に組んでみた回路で理論考察と比較してみる

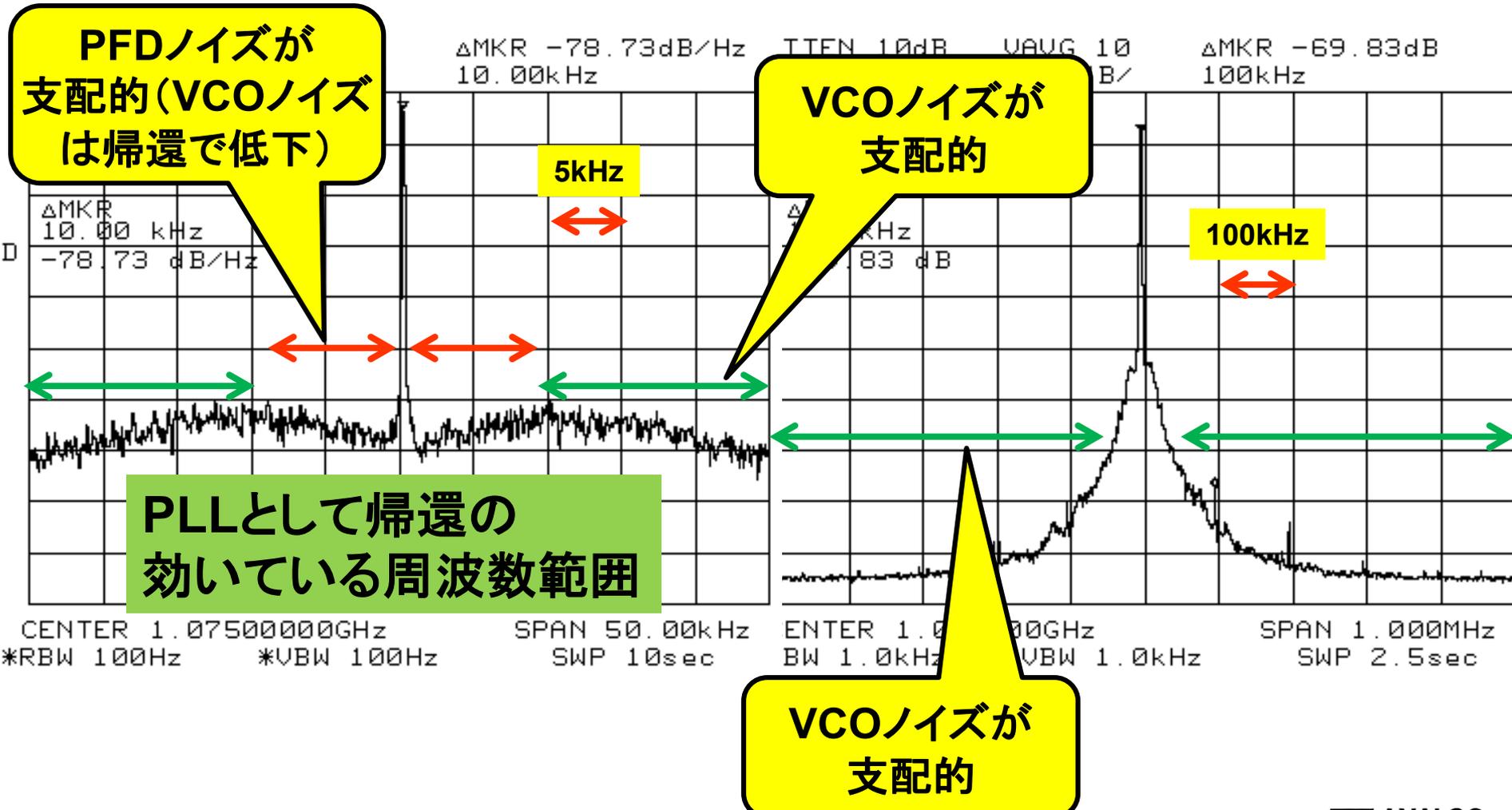


# 7. 位相雑音をOPアンプの フィードバック回路で考える (① PFDノイズ)

# PLLで発生する主な位相ノイズ源

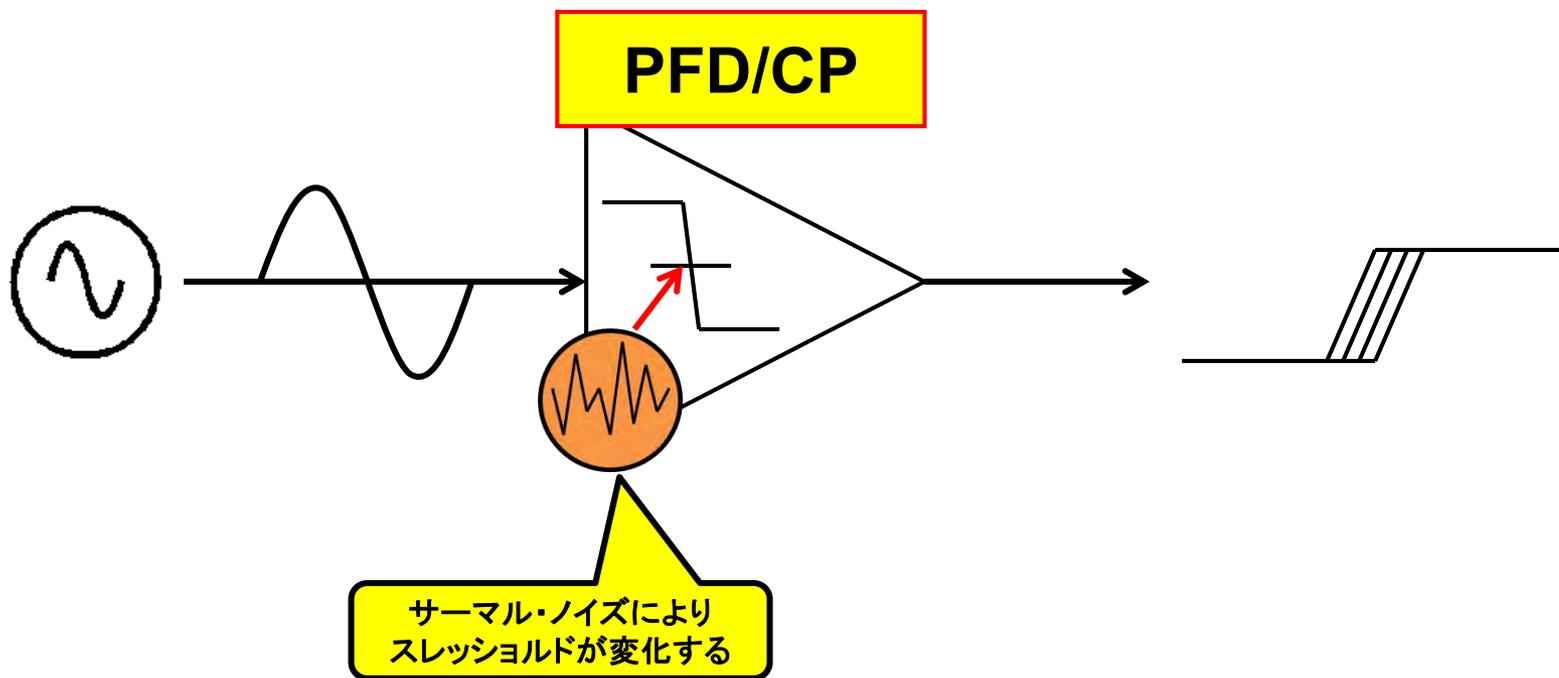


# PLLは自動制御システム: 帯域内は内部ノイズ(PFDノイズ)が支配的になる



# PFDノイズは位相ジッタとしての量、そしてそのしくみ

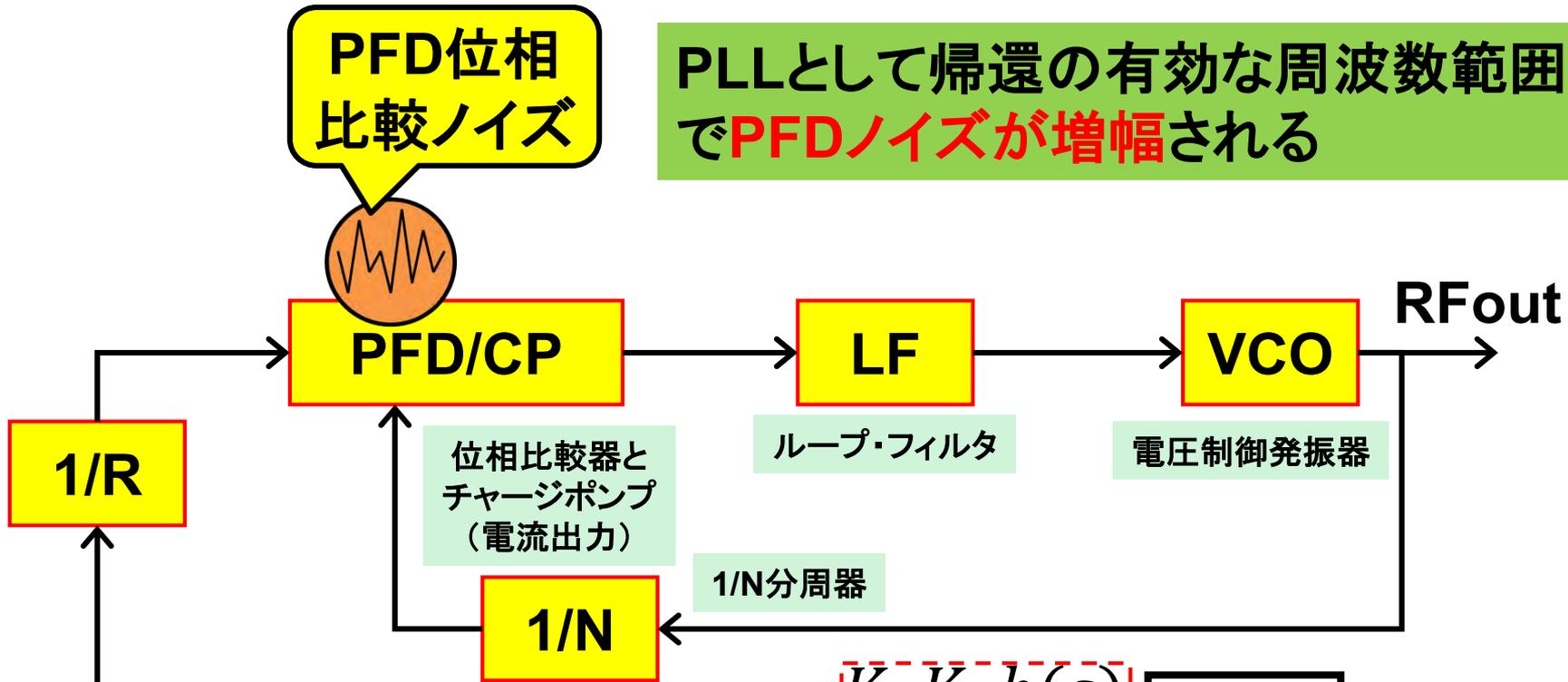
PFDのスレッシュホールド付近でスレッシュホールド・レベルに影響を与える熱ノイズによりジッタが生じる



# PLLは自動制御システム: PFDノイズに対する応答

PFD位相比較ノイズ

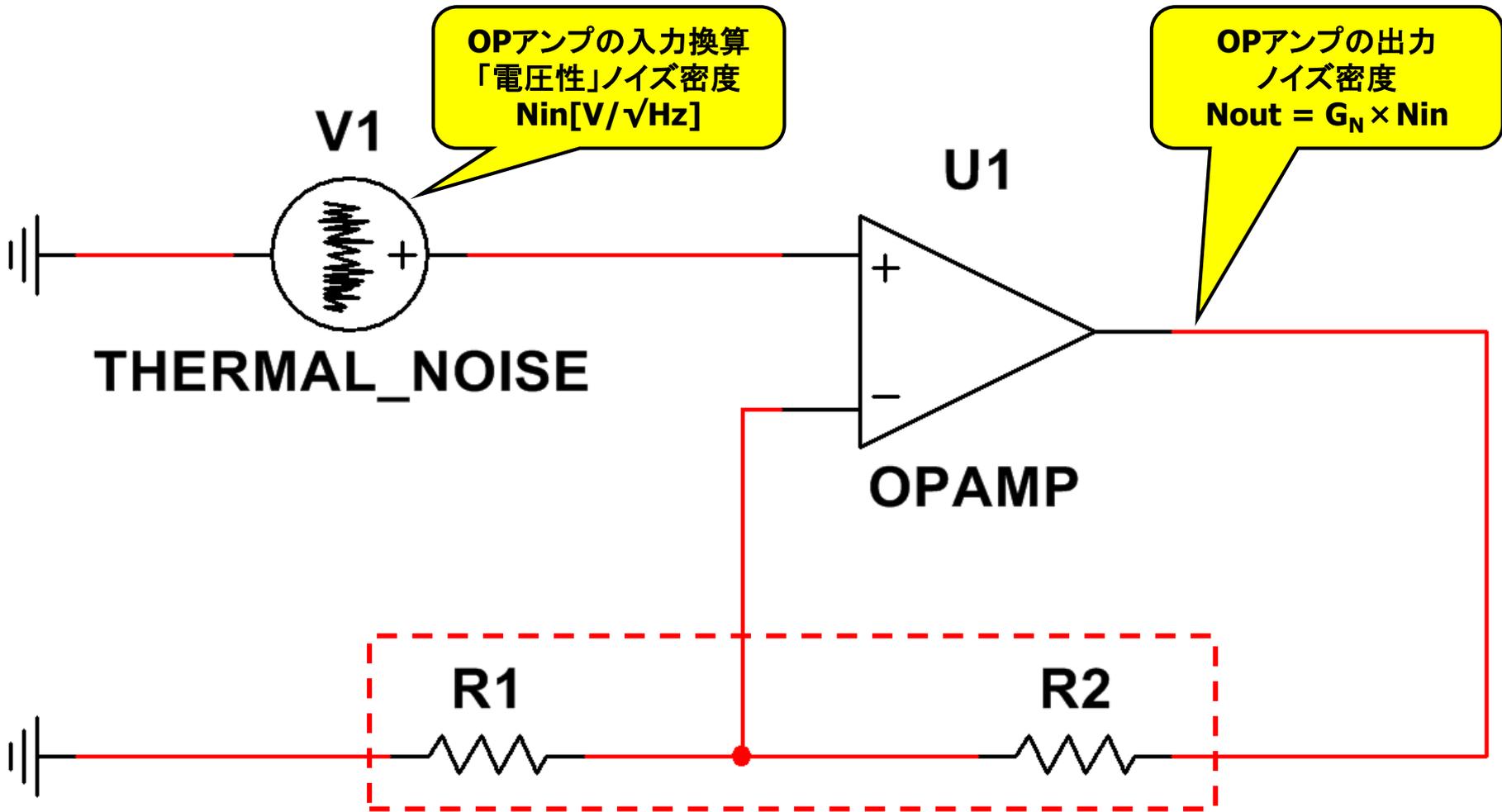
PLLとして帰還の有効な周波数範囲でPFDノイズが増幅される



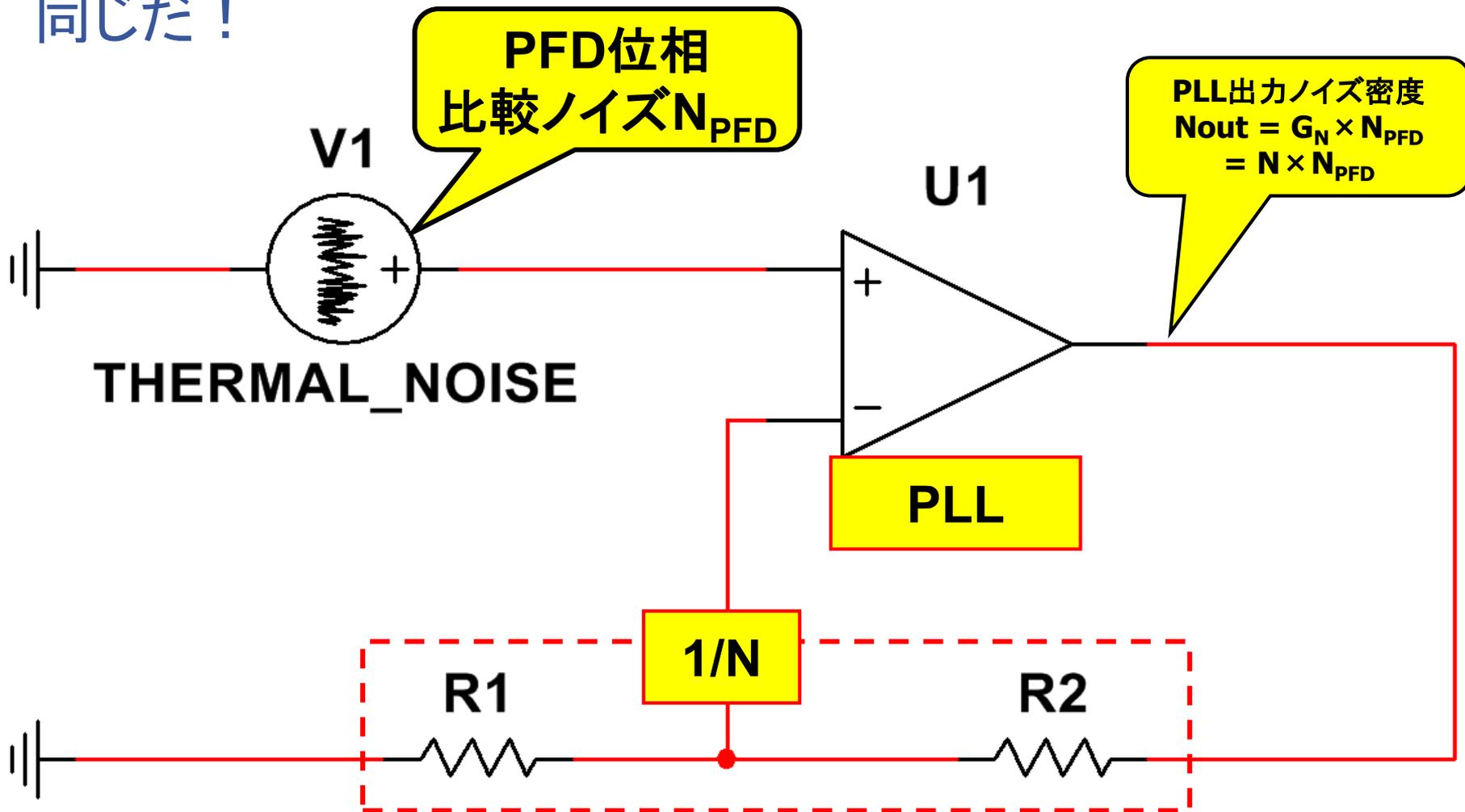
$$N_{O(PFD)} = \frac{\frac{K_P K_V h(s)}{s} \boxed{A(s)}}{1 + \frac{K_P K_V h(s)}{s} \cdot \frac{1}{N} \boxed{B(s)}} N_{(PFD)}$$

$\boxed{A(s)}$

# OPアンプのノイズ・モデル(よく見るもの)



# PFDノイズへの応答はOPアンプのノイズ・モデルと全く同じだ！



PLLのノイズ・ゲイン(帰還量1/Nの逆数)  $G_N = N$

# PFDノイズの基本的考え方 (ADF4116/7/8 D/Sより)

NOISE CHARACTERISTICS			
ADF4118 Normalized Phase Noise Floor <sup>7</sup>	-213	-213	dBc/Hz typ
Phase Noise Performance <sup>8</sup>			
ADF4116 540 MHz Output <sup>9</sup>	-89	-89	dBc/Hz typ
ADF4117 900 MHz Output <sup>10</sup>	-87	-87	dBc/Hz typ

@ VCO output  
@ 1 kHz offset and 200 kHz PFD frequency  
@ 1 kHz offset and 200 kHz PFD frequency

PLLのノイズ・ゲイン(帰還量1/Nの逆数)  $G_N = N$

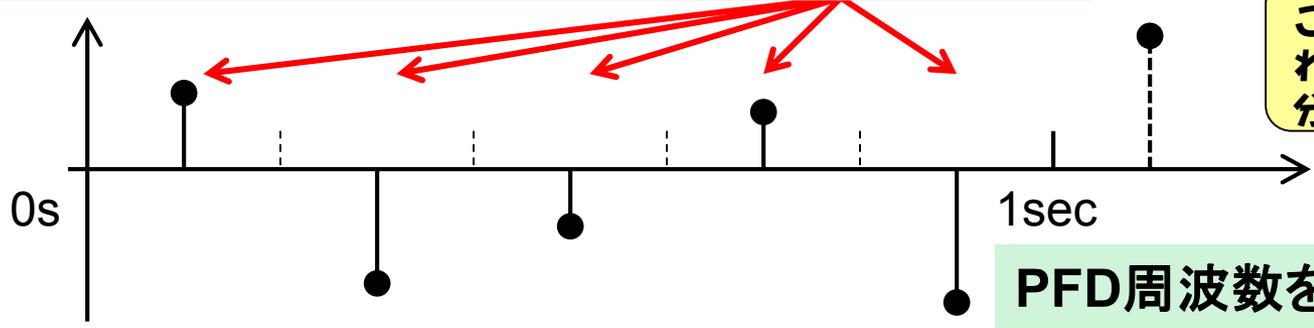
<sup>7</sup> The synthesizer phase noise floor is estimated by measuring the in-band divider value) and  $10\log F_{PFD}$ :  $PN_{SYNTH} = PN_{TOT} - 10\log F_{PFD} + 20\log N$ .

それぞれのノイズは孤立波かつランダム(無相関)なのでRSS(電力の足し算)で $10\log F_{PFD}$ 。また白色となり周波数スペクトルは一定レベル(平坦)

説明続く

このしくみは?

この式がこれまで良く分からず...



PFD周波数を5Hzとした

# ADIsimPLLでADF4117を使ってやってみる

$PN_{SYNTH}$  から  $PN_{TOT}$  は

$$PN_{SYNTH} = PN_{TOT} - 10\log F_{PFD} - 20\log N$$

$$PN_{TOT} = PN_{SYNTH} + 10\log F_{PFD} + 20\log N$$

-213dBc/Hz

100kHz

1075MHz

50dB

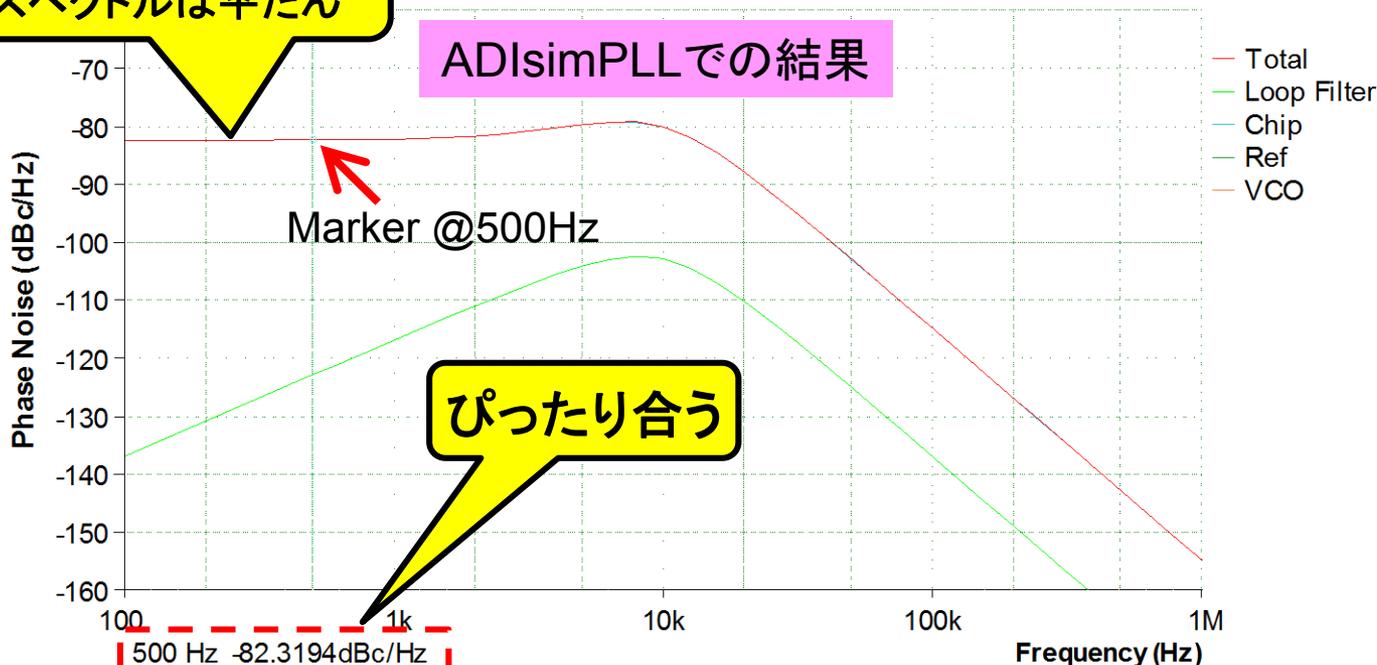
N = 10750, 80.6dB

= -82.4dBc/Hz

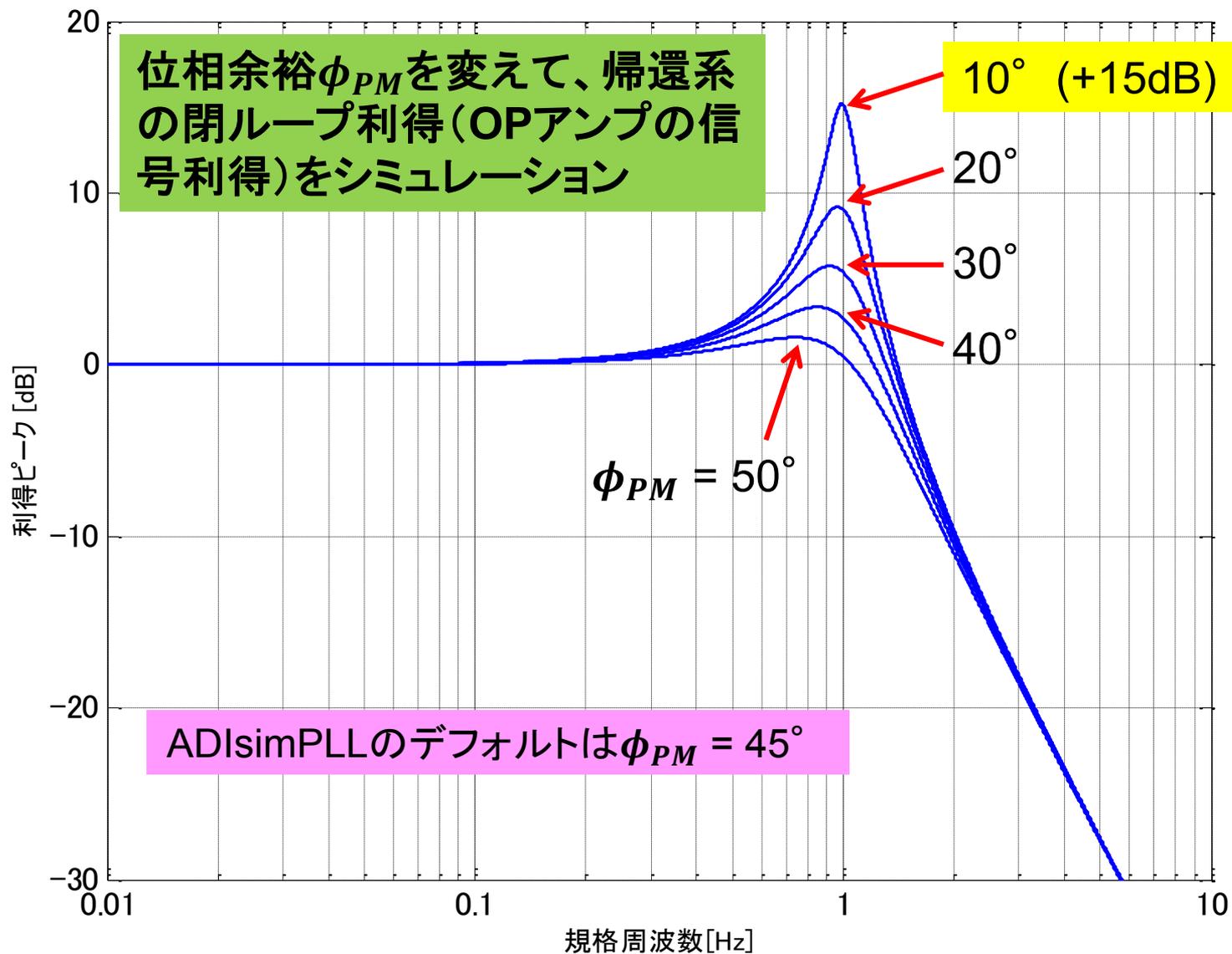
Phase Noise at 1.08GHz

PFDノイズは白色なので  
周波数スペクトルは平たん

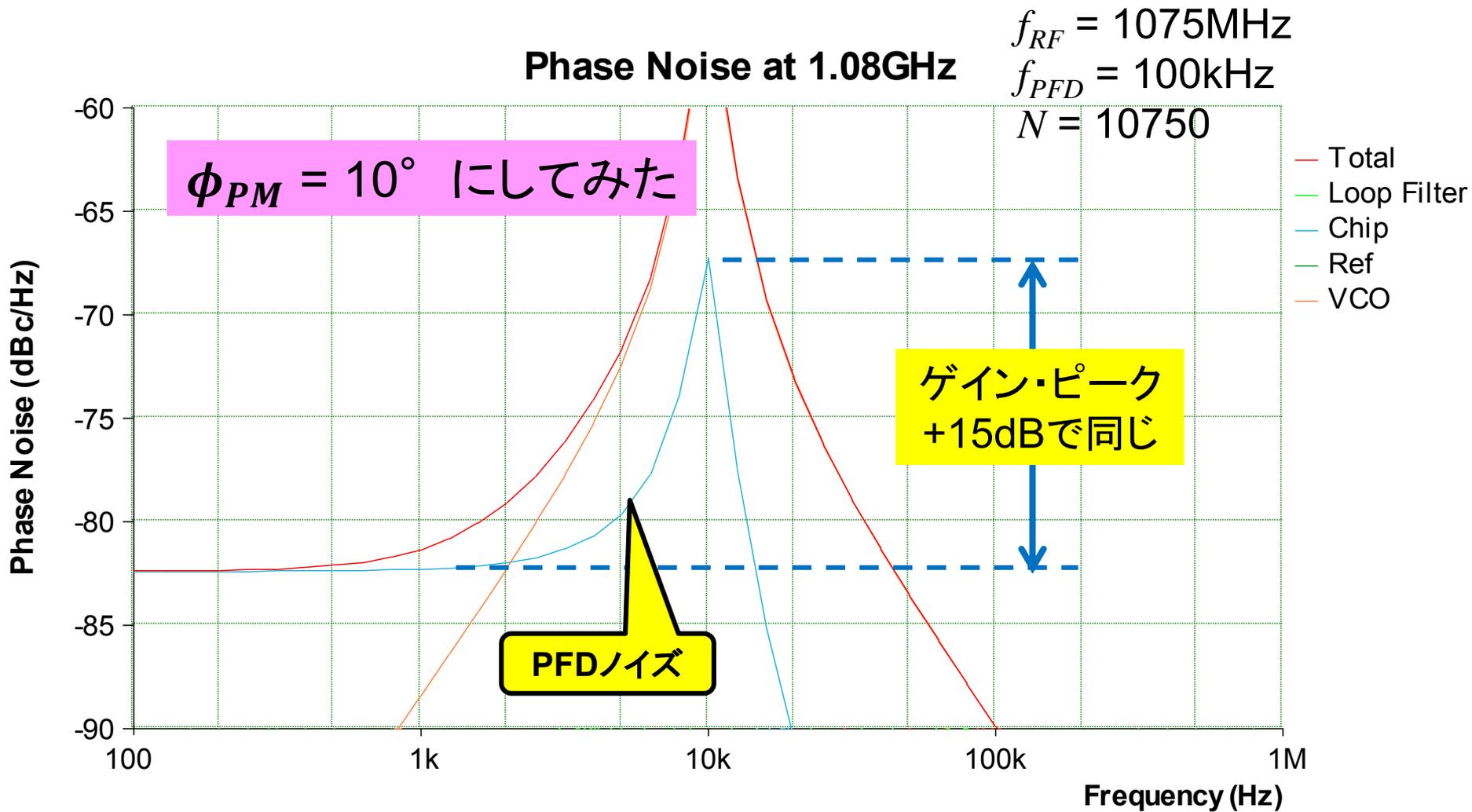
ADIsimPLLでの結果



# 位相余裕とループ帯域周辺でのノイズの盛り上がり



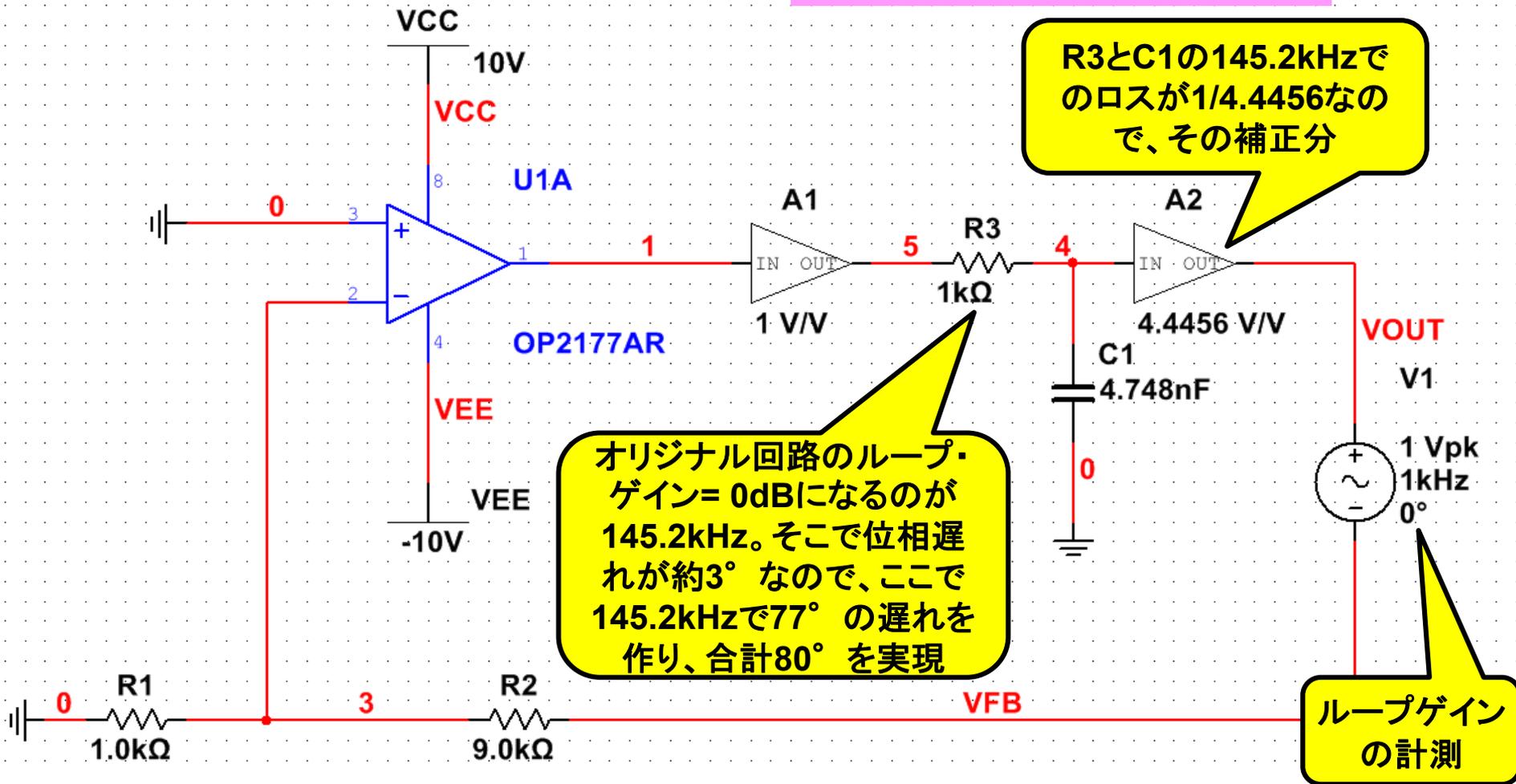
# ADIsimPLLでADF4117を使ってやってみる



# OPアンプでOP2177でもやってみる(笑)

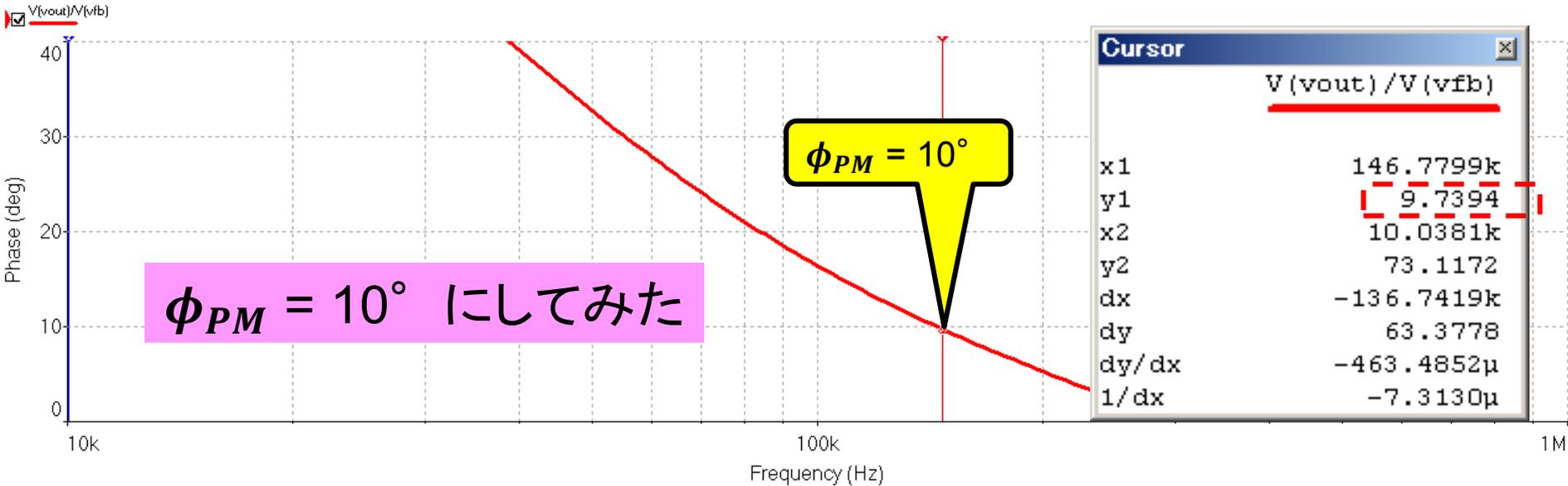
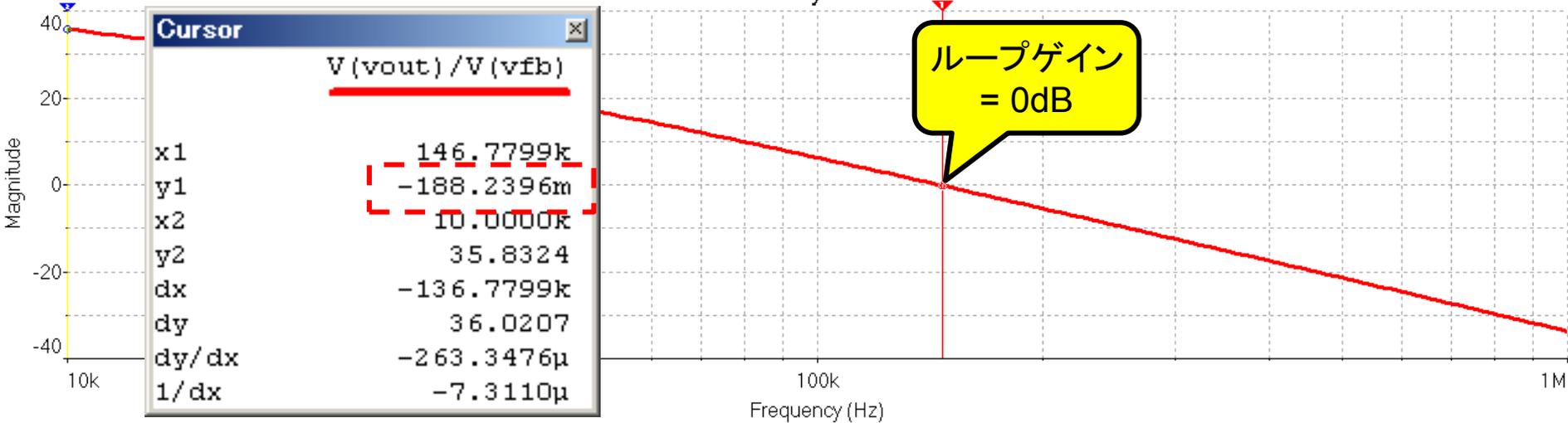
## ループ・ゲインの計測

$\phi_{PM} = 10^\circ$  にしてみた



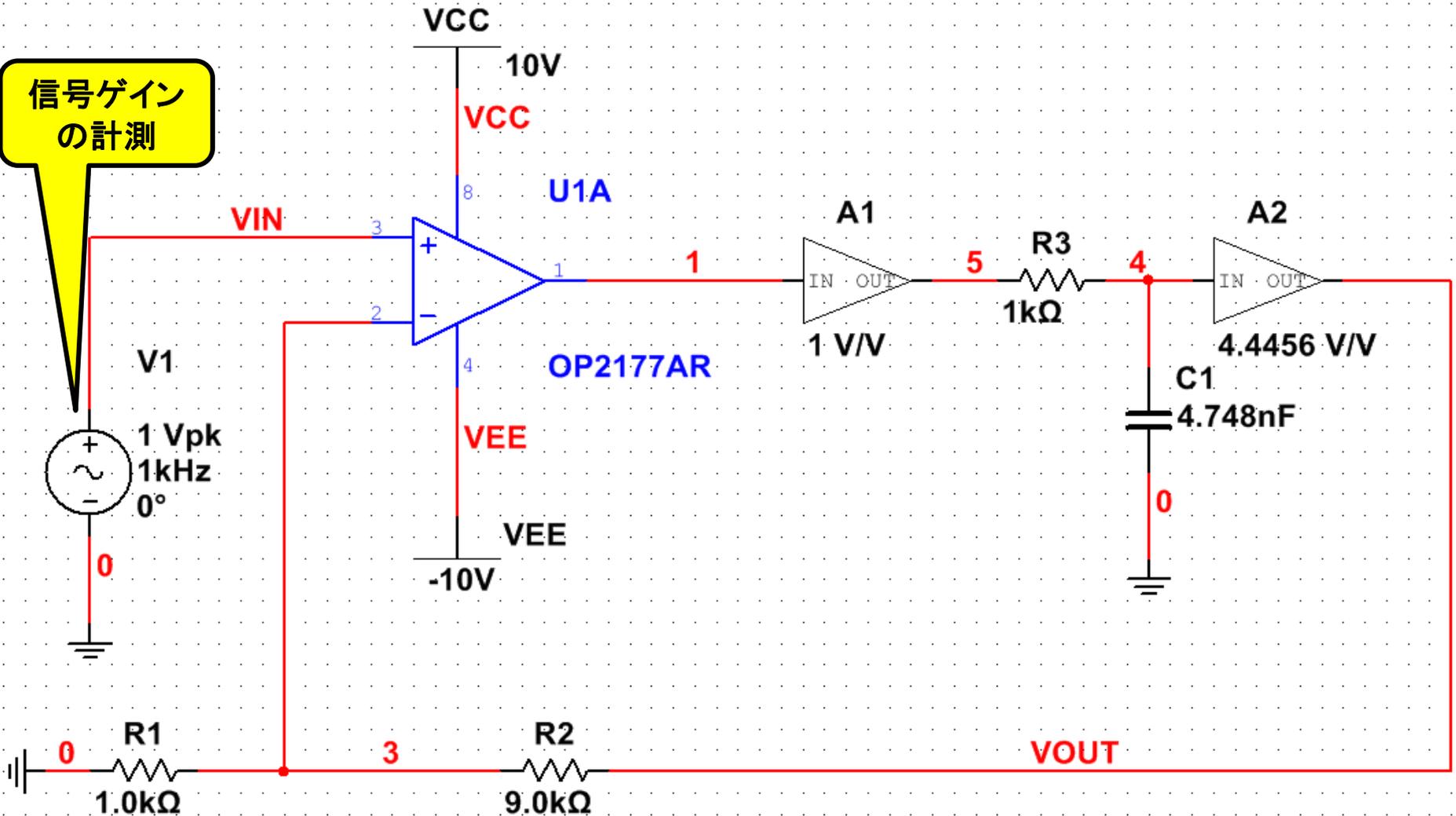
# OPアンプでOP2177でもやってみる(笑)

AC Analysis



# OPアンプでOP2177でもやってみる(笑) VINからVOUTでAC解析

信号ゲイン  
の計測



# OPアンプでOP2177でもやってみる(笑)

## AC解析結果

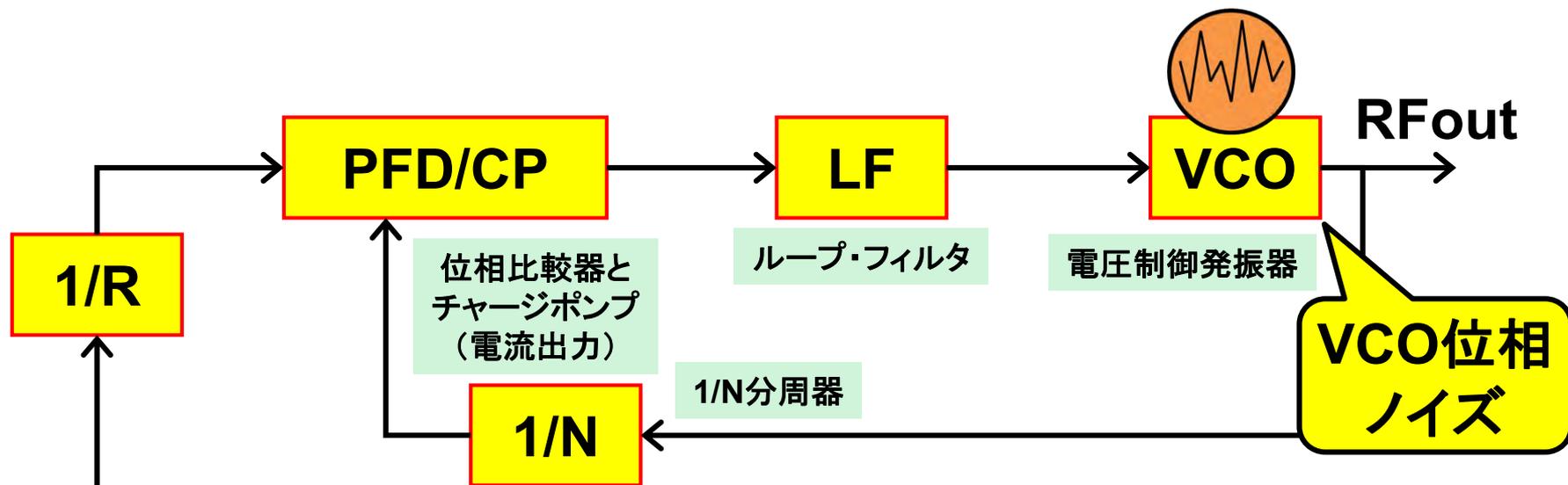




## 8. 位相雑音をOPアンプの フィードバック回路で考える (② VCOノイズ)

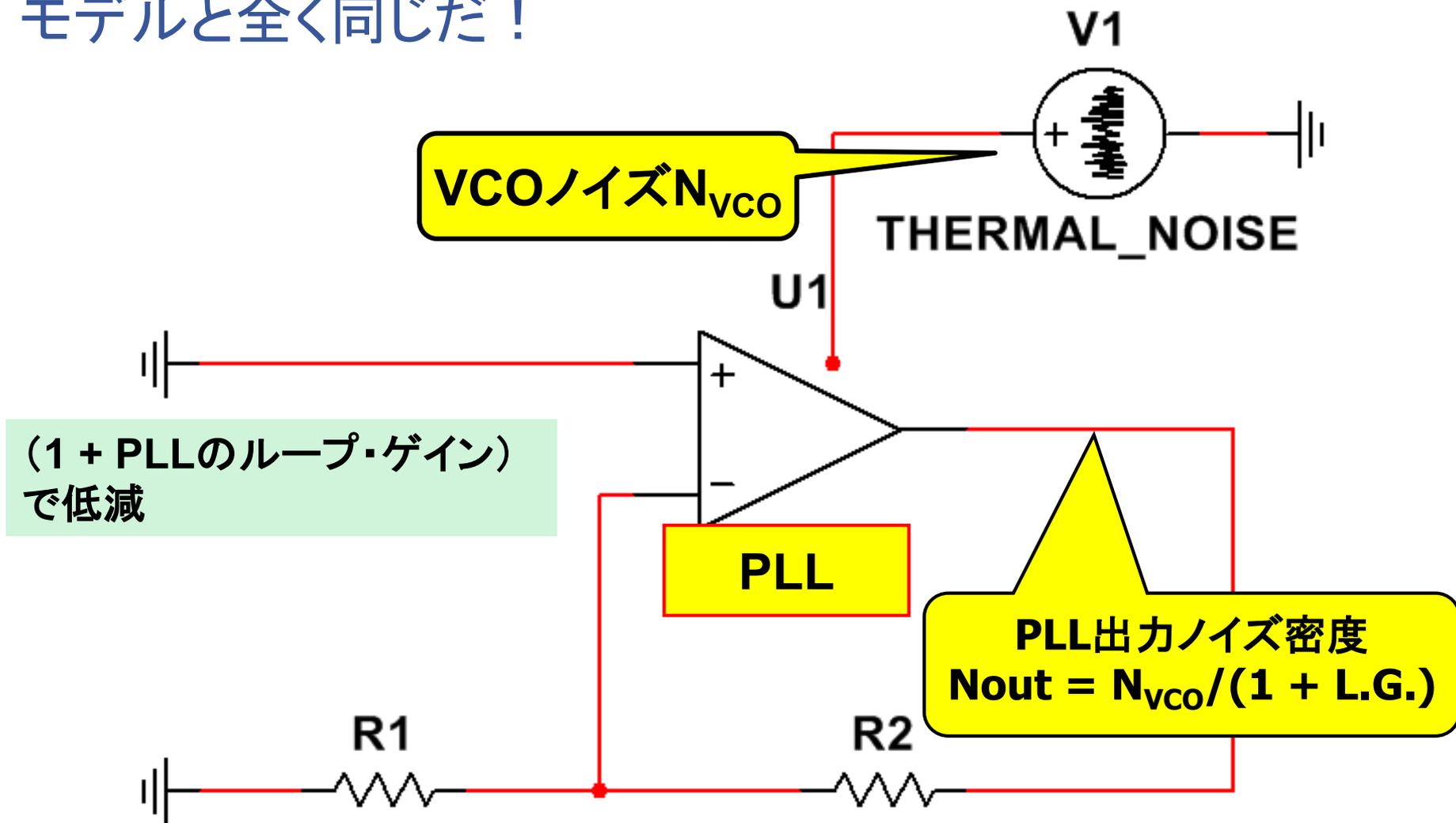
# PLLは自動制御システム: **VCO**ノイズに対する応答

PLLとして帰還の有効な周波数範囲で**VCO**ノイズが抑圧  
それより高い周波数は**VCO**ノイズがそのまま出てくる

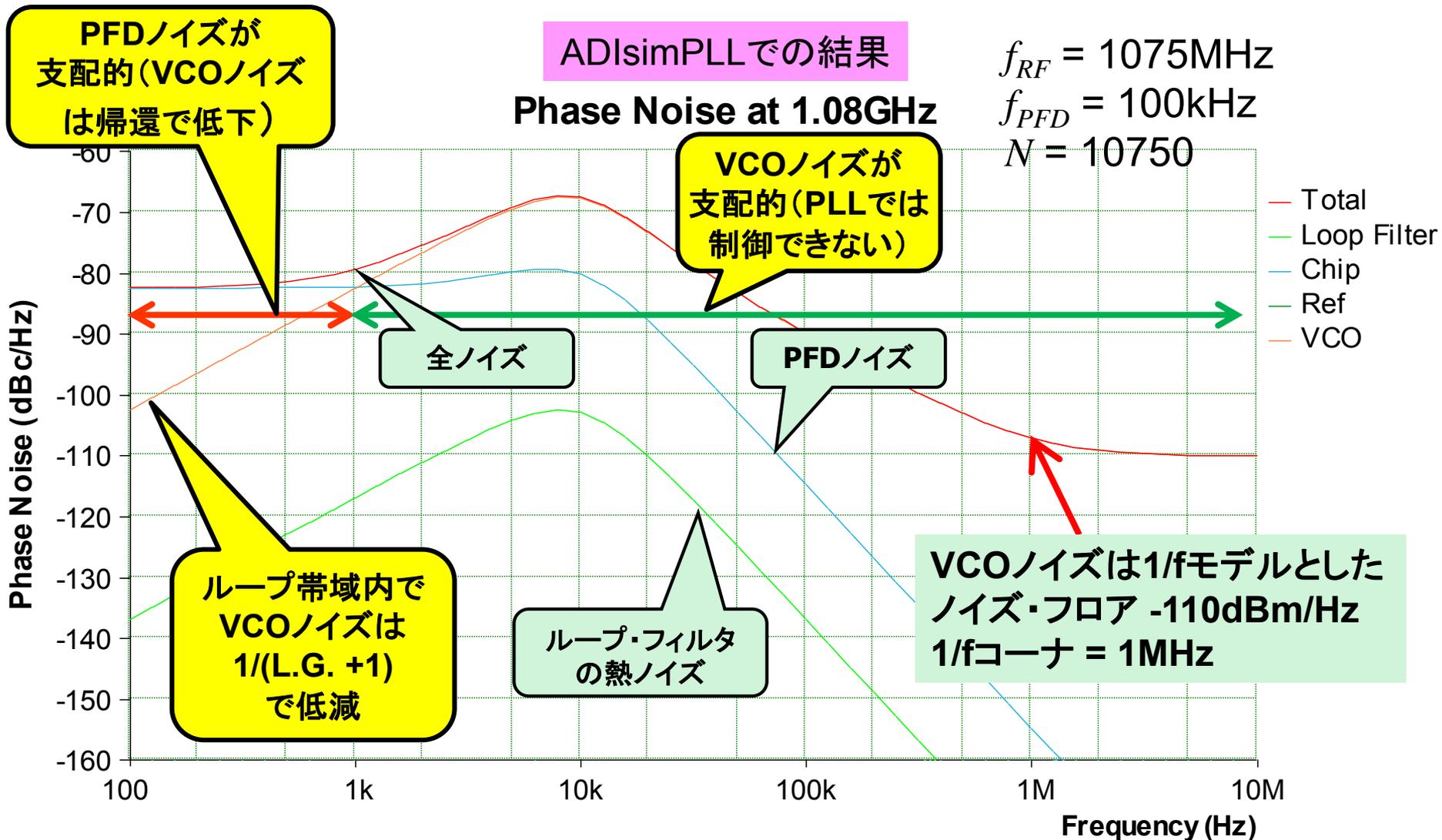


$$N_{O(VCO)} = \frac{1}{1 + \underbrace{\frac{K_P K_V h(s)}{s}}_{A(s)} \cdot \underbrace{\frac{1}{N}}_{B(s)}} N_{(VCO)}$$

# VCOノイズへの応答はOPアンプの帰還による歪み低減モデルと全く同じだ！



# ADIsimPLLでADF4117を使ってやってみる





## 9. アクティブ・ループ・フィルタ で生じるノイズの影響度の見積り

## 素朴な疑問

パッシブ型ループ・フィルタ（LF）ならPLLに与える影響を考えなくてもいいだろう（実は違う。抵抗の熱雑音を考慮すべき）

でもOPアンプでアクティブ・フィルタにするならOPアンプによるノイズがSSBノイズとして影響を与えるはずだ

しかしOPアンプの出力ノイズ・レベルとSSBノイズのレベルはどう関係するのだ？！

アクティブ・フィルタを使うときにOPアンプのノイズの影響はどう考える？



# 制御電圧 $V_T$ に対する**VCO**の位相変動(積分回路であることを思い出す)

VCO制御電圧 $V_T$ が振幅 $\Delta V$ 、**角周波数** $\omega_P$  [rad/s] ( $\omega_P = 2\pi f_P$ ) で**時間 $t$ で正弦波的に変化**していると考え

複素信号を使えば  $\Delta V_T(t) = \Delta V \cdot \exp(j\omega_P t)$  となり ( $\cos(\omega_P t)$  とも表せる)、VCO出力の角周波数変化 $\Delta\omega_{VCO}(t)$ は、

$$\Delta\omega_{VCO}(t) = K_V \Delta V_T(t) = K_V \Delta V \cdot \exp(j\omega_P t)$$

位相の時間変化 $\Delta\phi(t)$ は、

$$\begin{aligned} \Delta\phi(t) &= \int \Delta\omega_{VCO}(t) dt = \int K_V \Delta V \cdot \exp(j\omega_P t) dt \\ &= \frac{K_V \Delta V \cdot \exp(j\omega_P t)}{j\omega_P} = \frac{K_V \Delta V_T(t)}{j\omega_P} \end{aligned}$$

**制御電圧の変動角周波数 $\omega_P$ によるVCO出力の位相変化は、 $\omega_P$ に反比例する**

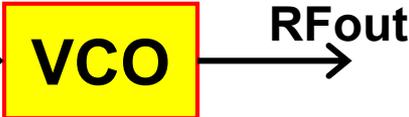
# 制御電圧に乗るノイズに対するVCOの位相変動はこんなモデル

制御電圧変化 (OPアンプの白色ノイズ)  
 $\Delta V_T = \Delta V \cdot \exp(j\omega_P t)$

$$H_{VCO}(\omega_P) = \frac{K_V}{j\omega_P}$$

位相変動 (位相ノイズ)

$$\Delta\phi = \frac{K_V \Delta V_T(t)}{j\omega_P}$$

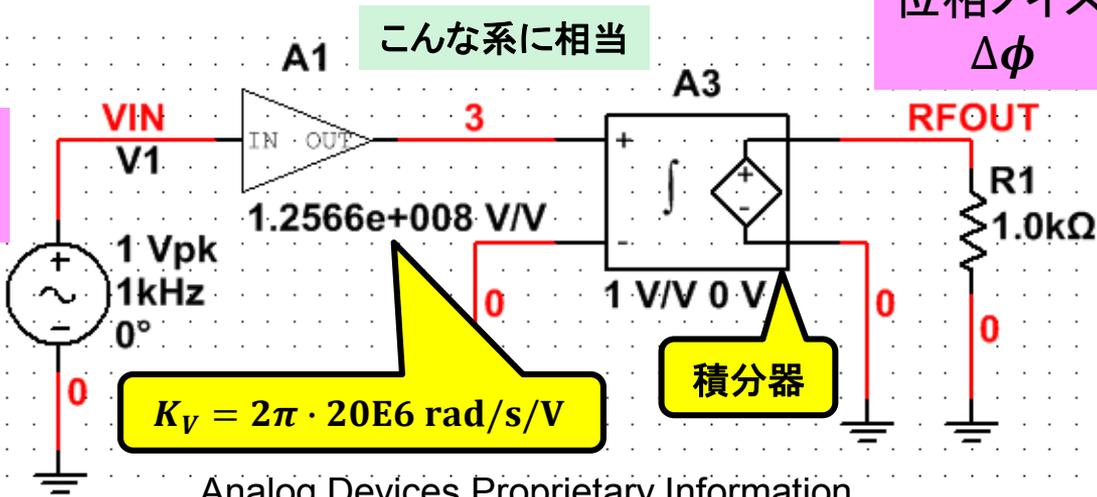


RFout

電圧制御発振器

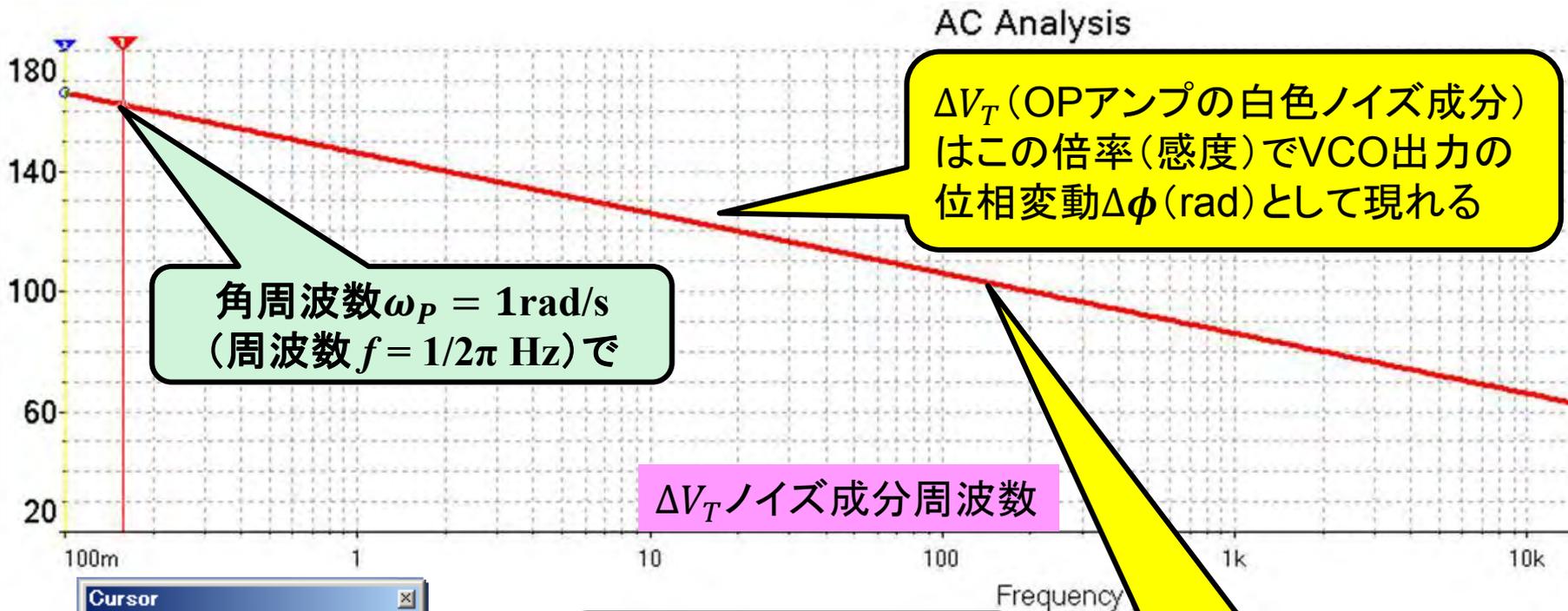
なおVCO制御感度 $K_V$ は[Hz/V]を角周波数 $K_V = \Delta\omega_{VCO}/V$ の関係で考える  
 たとえば $K_{Vfreq} = 20\text{MHz/V}$ なら、 $K_V = 2\pi \cdot 20\text{E}6 \text{ rad/s/V}$ となる  
 これだと、 $\Delta\phi = 2\pi \cdot 20\text{E}6 \cdot \Delta V/\omega_P$ となる

$\Delta V_T$  (OPアンプの白色ノイズ成分)



# モデル ( $K_{Vfreq} = 20\text{MHz/V}$ ) から $\Delta V_T$ ノイズ成分変動角周波数 $\omega_p$ と **VCO** 位相変動感度特性を計算してみる

$\Delta V_T$  が位相  $\Delta\phi$  (rad) になる倍率



角周波数  $\omega_p = 1\text{rad/s}$   
 (周波数  $f = 1/2\pi\text{ Hz}$ ) で

$\Delta V_T$  (OPアンプの白色ノイズ成分) はこの倍率 (感度) で VCO 出力の位相変動  $\Delta\phi$  (rad) として現れる

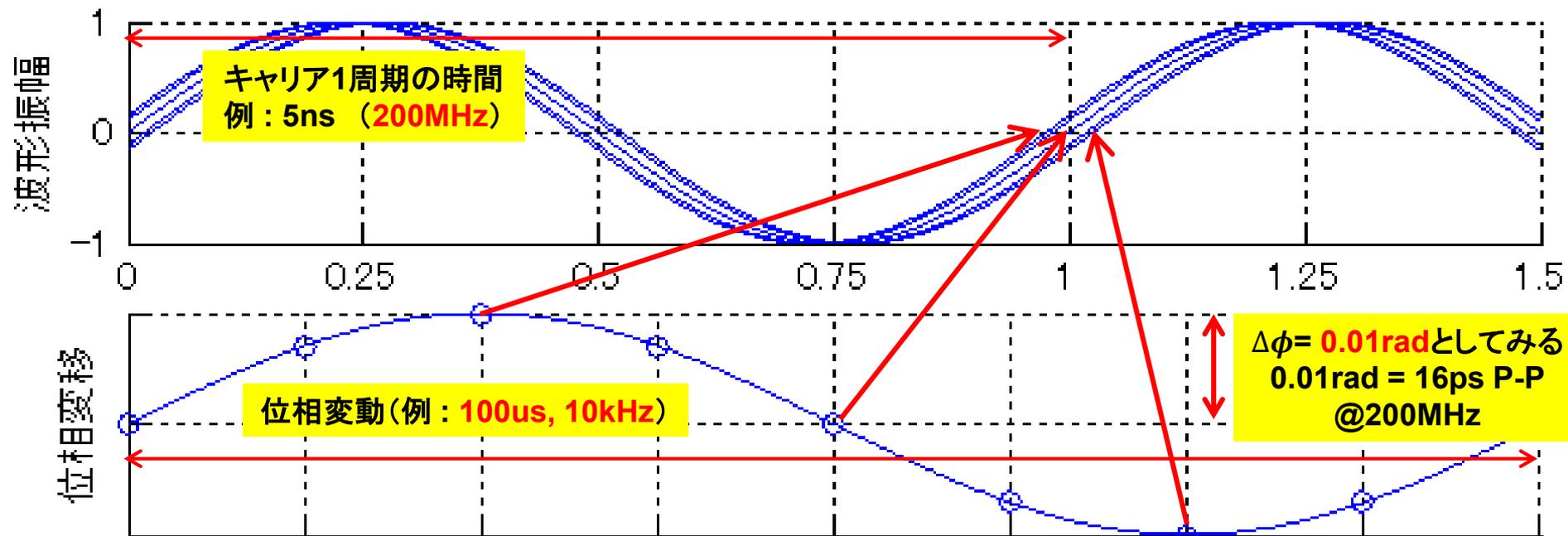
Cursor	
V(rfout)	
x1	157.9424m
y1	162.0504
x2	100.00000m
y2	166.0203
dx	-57.9424m
dy	3.9700
dy/dx	-68.5159
1/dx	-17.2585

角周波数  $\omega_p = 1\text{rad/s}$   
 周波数  $f = 1/2\pi\text{ Hz}$   
 (0.159Hz) で  
 $20\log(2\pi \cdot 20\text{E}6) = 162\text{dB}$

角周波数  $\omega_p = 1\text{krad/s}$   
 (周波数  $f = 1/2\pi\text{ kHz}$ ) で  
 倍率 102dB であり  
 ノイズが  $10\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  (rms) なら  
 $\Delta\phi = \sqrt{2} \cdot 1.259\text{ mrad}$  になる

# 位相変動 $\Delta\phi$ の時間ドメインと周波数ドメインの関係

$\Delta V_T$ ノイズ成分変動が単一角周波数 $\omega_p$ として考えてみる



$$s(t) = \sin(\omega_{VCO}t + \Delta\phi \sin \omega_p t)$$

$$= \sin \omega_{VCO}t + \frac{\Delta\phi}{2} \left\{ \sin(\omega_{VCO}t + \omega_p t) - \sin(\omega_{VCO}t - \omega_p t) \right\}$$

上側側波帯(USB)
下側側波帯(LSB)

$\Delta\phi$ は位相変移のピーク値(rad, 上記では0.01rad)

$\omega_{VCO}$ はキャリアの角周波数(rad/sec, 上記では $2\pi \times 200\text{MHz}$  [rad/sec])

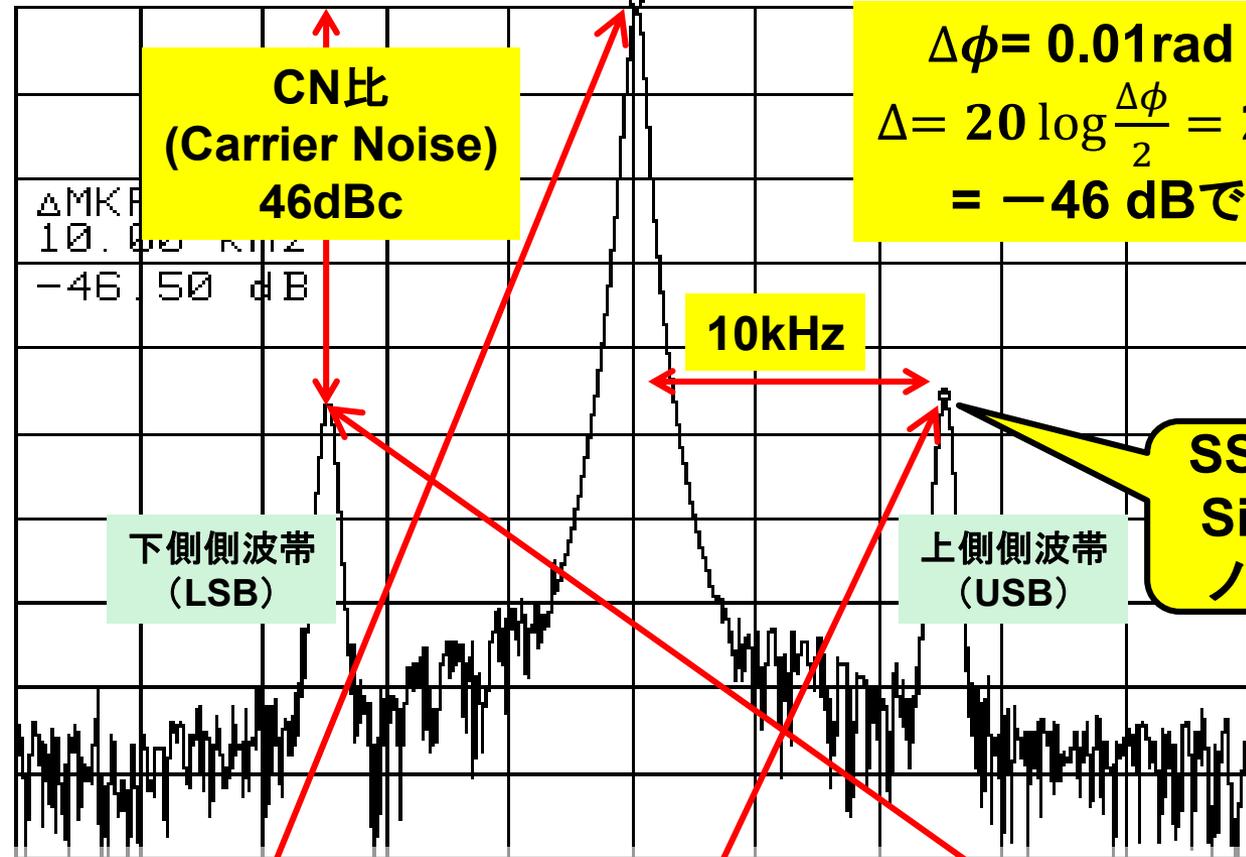
$\omega_p$ は位相変動の角周波数(rad/sec, 上記では $2\pi \times 10\text{kHz}$  [rad/sec])



# 位相変動 $\Delta\phi$ の時間ドメインと周波数ドメインの関係 前のスライドの条件 ( $f = 200\text{MHz}$ ) をスペアナで見てみる

ATTEN 10dB  
 RL -1.5dBm

$\Delta\text{MKR} -46.50\text{dB}$   
 10.00kHz



**CN比  
 (Carrier Noise)  
 46dBc**

$\Delta\phi = 0.01\text{rad @ } 200\text{MHz}$   
 $\Delta = 20 \log \frac{\Delta\phi}{2} = 20 \log 0.005$   
 $= -46 \text{ dB}$  **で式どおり!**

下側側波帯  
 (LSB)

上側側波帯  
 (USB)

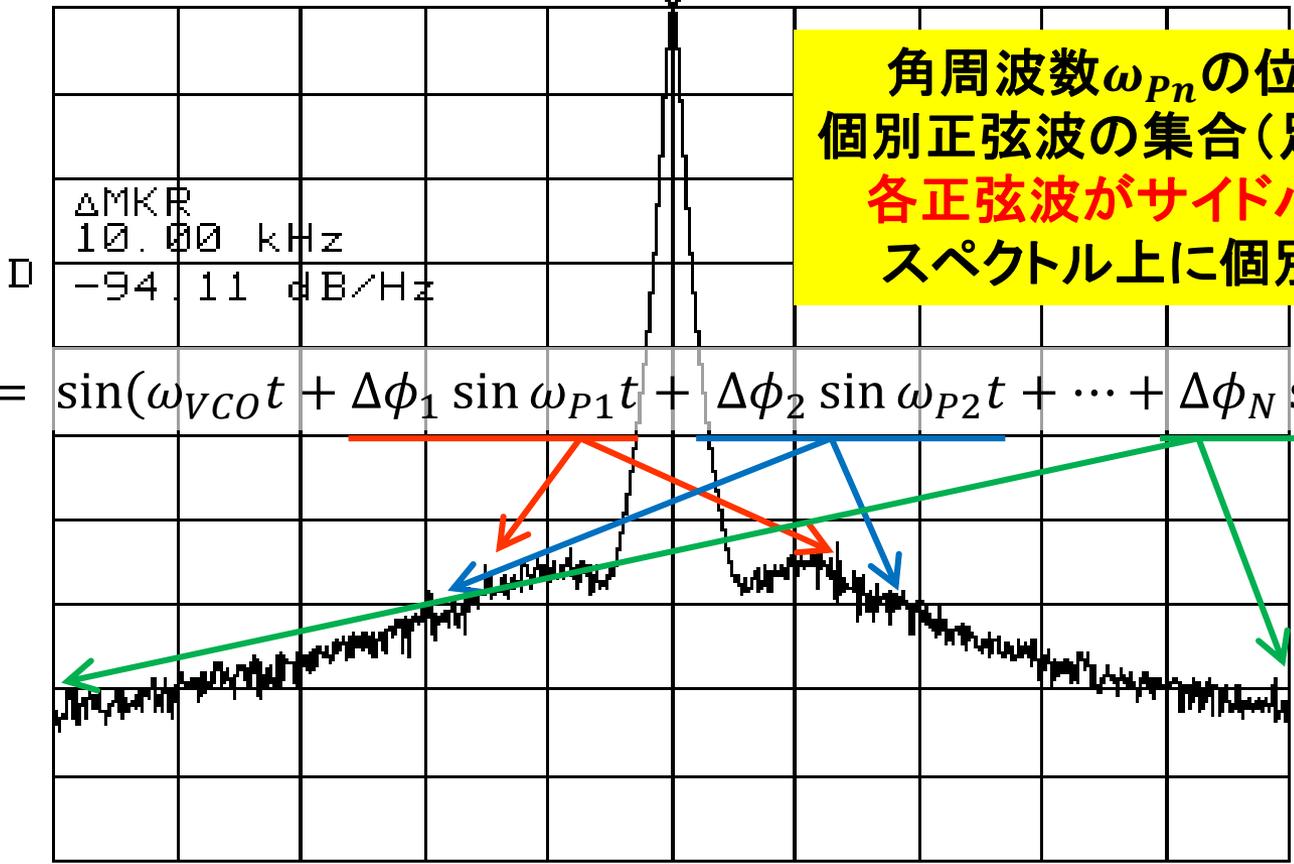
**SSB (Single Side Band)  
 ノイズという**

10kHz

$$s(t) = \sin \omega_{vc} t + \frac{\Delta\phi}{2} \left\{ \sin(\omega_{vc} t + \omega_{pt}) - \sin(\omega_{vc} t - \omega_{pt}) \right\}$$

# 個々の角周波数 $\omega_P$ 位相変動が個々のスペクトルとして現れる

ATTEN 10dB       $\Delta MKR -94.11 \text{ dB/Hz}$   
 RL -9.3dBm      10dB/      10.00kHz

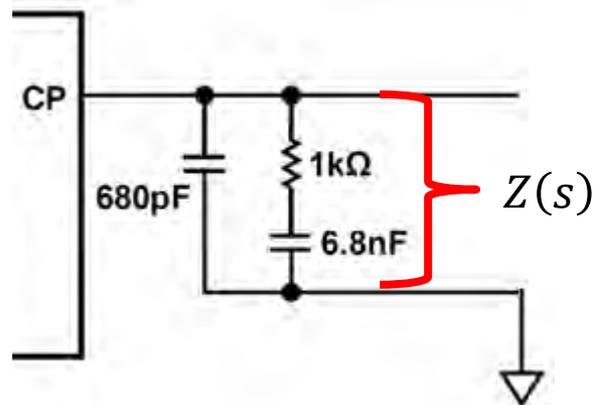


角周波数 $\omega_{Pn}$ の位相変動は個別正弦波の集合(足し算)体で、各正弦波がサイドバンドとしてスペクトル上に個別出ている

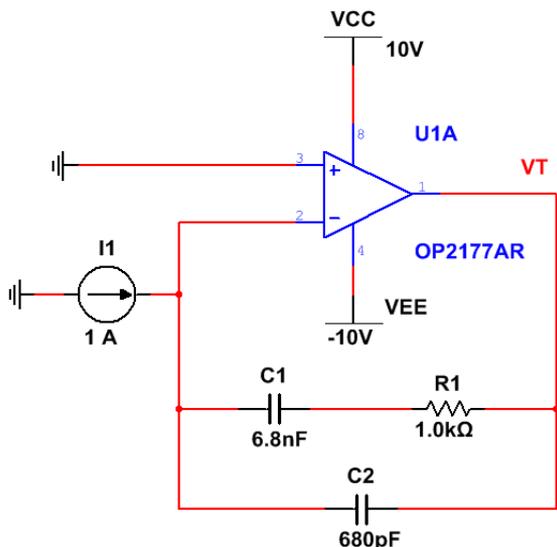
$$s(t) = \sin(\omega_{VCO}t + \Delta\phi_1 \sin \omega_{P1}t + \Delta\phi_2 \sin \omega_{P2}t + \dots + \Delta\phi_N \sin \omega_{PN}t)$$

CENTER 200.00000MHz      SPAN 50.00kHz  
 \*RBW 300Hz      \*VBW 10Hz      SWP 42.0sec

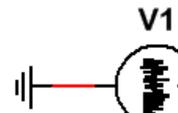
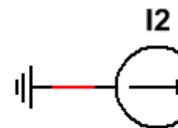
# PLL内でのアクティブ・フィルタOPアンプの出力ノイズの考え方



同じ伝達関数の  
アクティブ・ループ・フィルタ  
(極性は反転するが)



電流性ノイズ  $I_N$   
影響なし

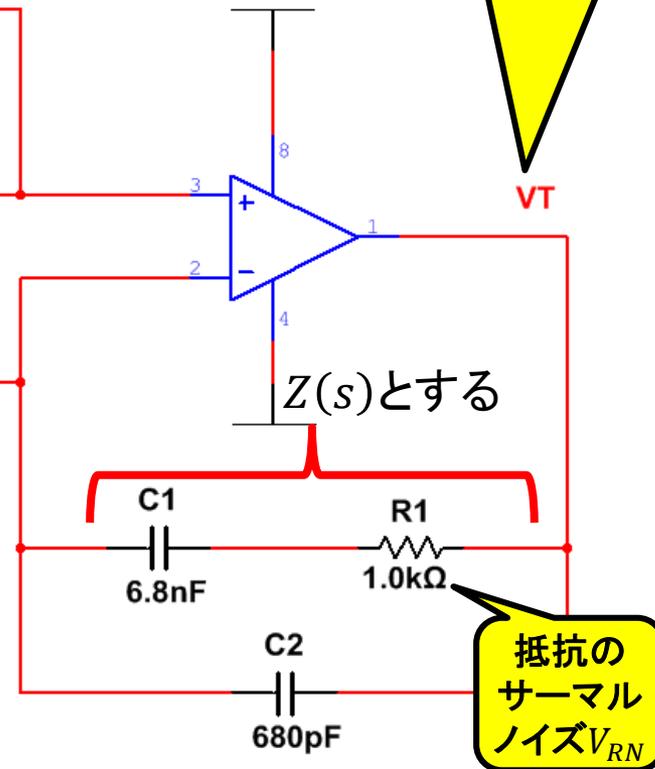


電圧性ノイズ  $V_N$   
(フォロア回路  
なので)ゲイン  
1倍で出力

電流性ノイズ  $I_N$   
 $V = Z(s)I_N$   
の電圧として  
出力に現れる

出力ノイズ  $\Delta V_T$

$$\Delta V_T = \sqrt{(Z(s)I_N)^2 + V_N^2 + V_{RN}^2}$$

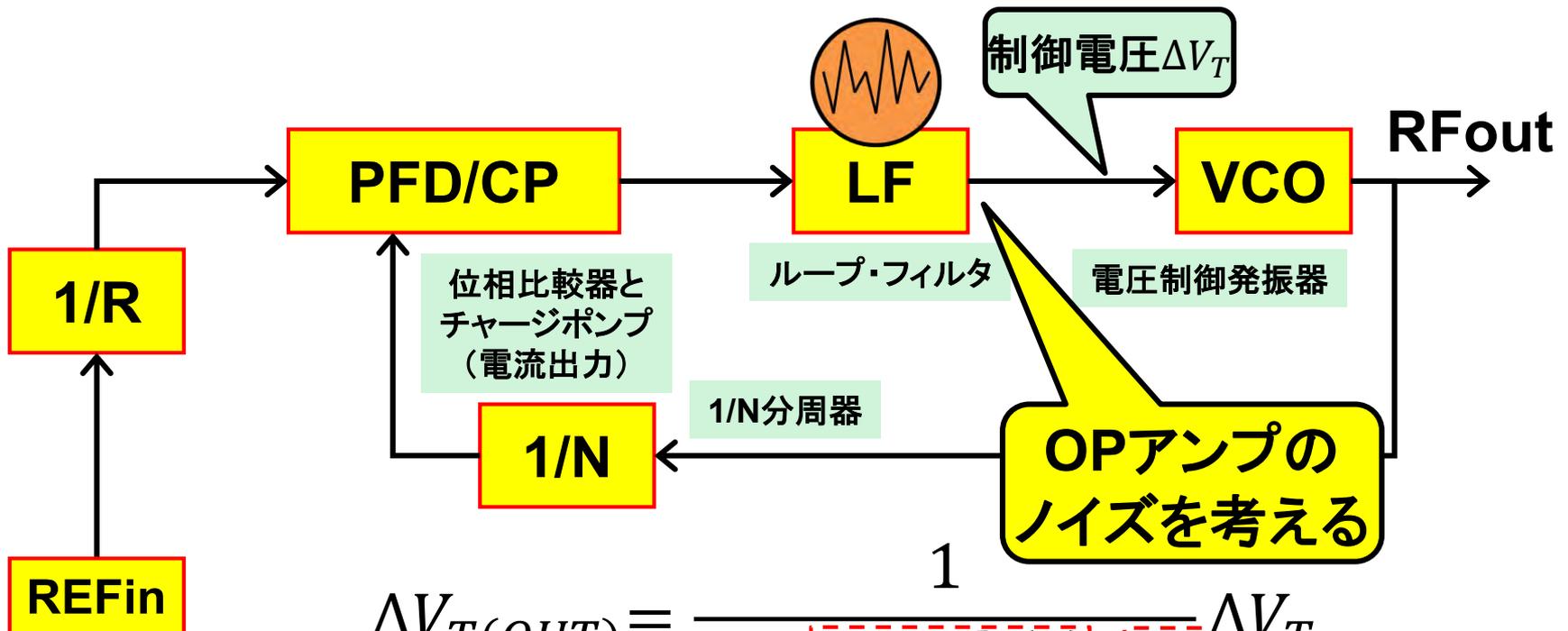


抵抗の  
サーマル  
ノイズ  $V_{RN}$

出力ノイズを求めるときの  
モデル(CNRとして考えるなら  
1Hzあたりのピーク電圧で)

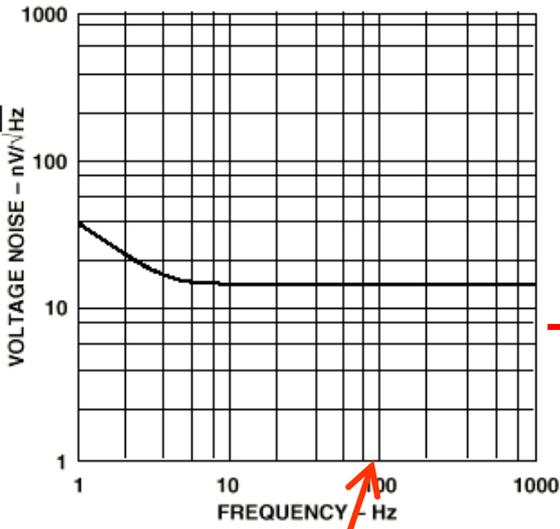
# LF(OPアンプ)ノイズはVCOノイズに対する応答と同じ

PLLとして帰還の有効な周波数範囲はLF(OPアンプ)ノイズが抑圧  
それより高い周波数はLF(OPアンプ)ノイズがそのまま出てくる



$$\Delta V_{T(OUT)} = \frac{1}{1 + \underbrace{\frac{K_P K_V h(s)}{s}}_{A(s)} \cdot \underbrace{\frac{1}{N}}_{B(s)}} \Delta V_T$$

# ここまでの話のまとめ



OPアンプの1Hzあたりの  
 入力換算電圧性ノイズ  $V_n$  [V/√Hz]  
 と  
 入力換算電流性ノイズ  $I_n$  [A/√Hz]  
 @角周波数  $\omega_p$  [rad/s]

OPアンプによる  
 アクティブ・  
 ループ・フィルタ



OPアンプ出力の1Hzあたりの  
 出力電圧ノイズ  $V_n$  [V/√Hz]  
 @角周波数  $\omega_p$  [rad/s]

$$H_{VCO}(\omega_p) = \frac{K_V}{j\omega_p}$$



VCO制御  
 電圧  $V_T$

フィードバック  
 経路

PLL ICへ

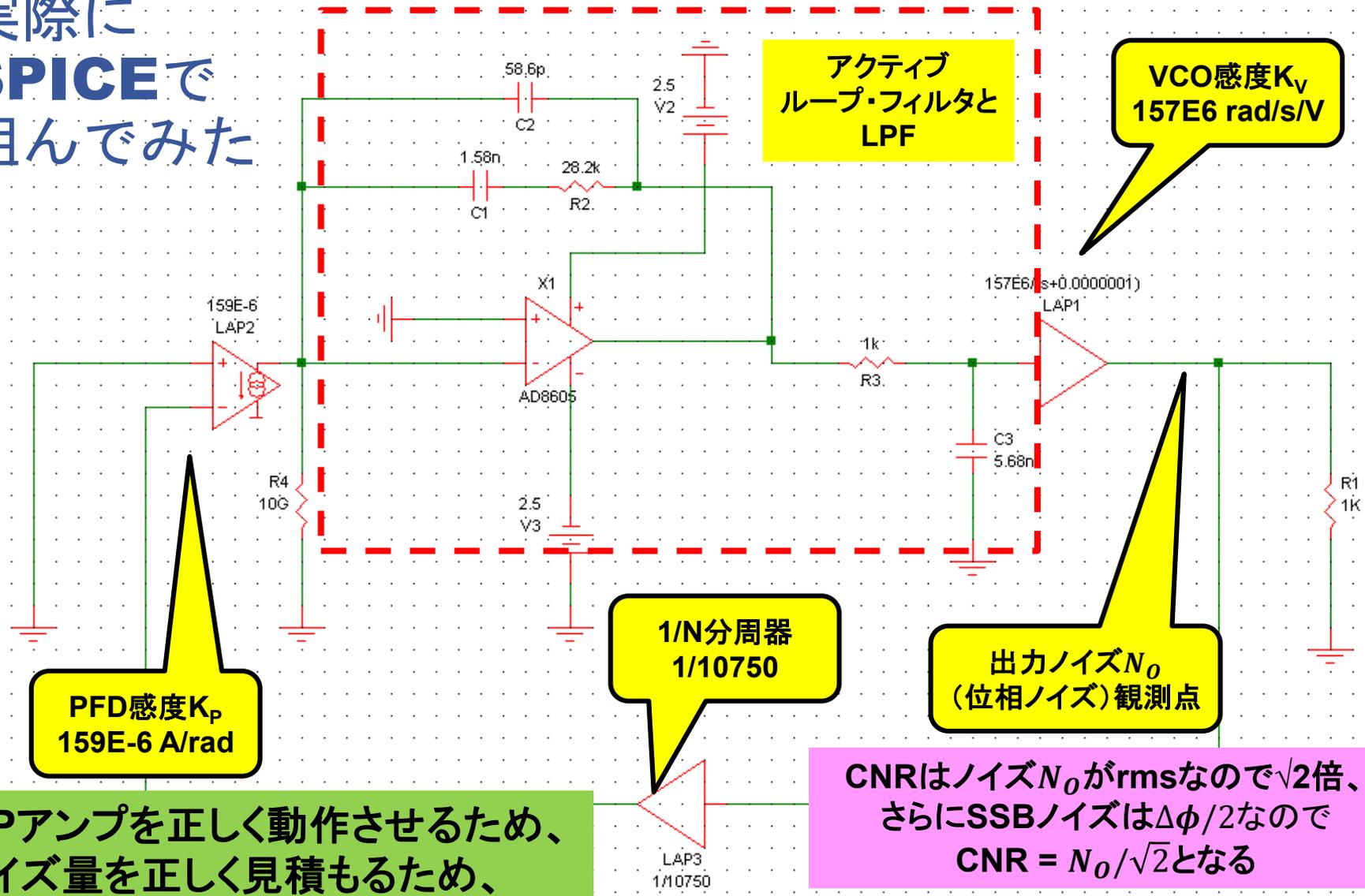
VCO出力の位相ノイズ  
 (ループゲイン低減前)  

$$\frac{\Delta\phi}{2} = \frac{K_V \Delta V_T(t)}{2j\omega_p}$$

このノイズが  
 ループゲイン  
 により  
 $1/(1 + L.G.)$ に  
 低減する

電圧性ノイズは約1倍  
 電流性ノイズはフィルタのインピーダンス  $Z(s)$ 倍

# 実際に SPICEで 組んでみた



**PFD感度  $K_p$**   
**159E-6 A/rad**

**アクティブ  
ループ・フィルタと  
LPF**

**VCO感度  $K_v$**   
**157E6 rad/s/V**

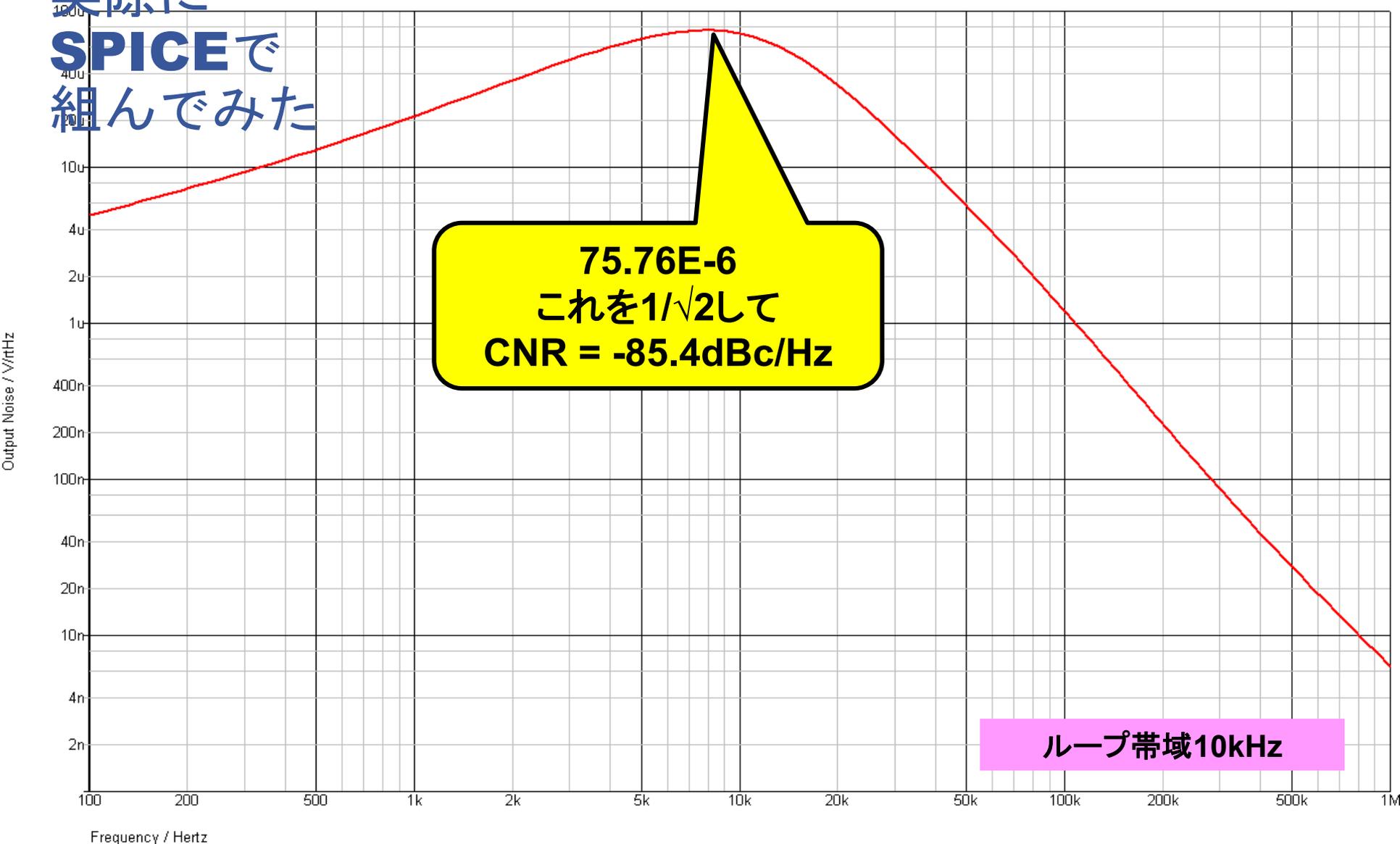
**1/N分周器**  
**1/10750**

**出カノイズ  $N_o$**   
**(位相ノイズ)観測点**

**OPアンプを正しく動作させるため、  
ノイズ量を正しく見積もるため、  
PLLのループとして動作させる**

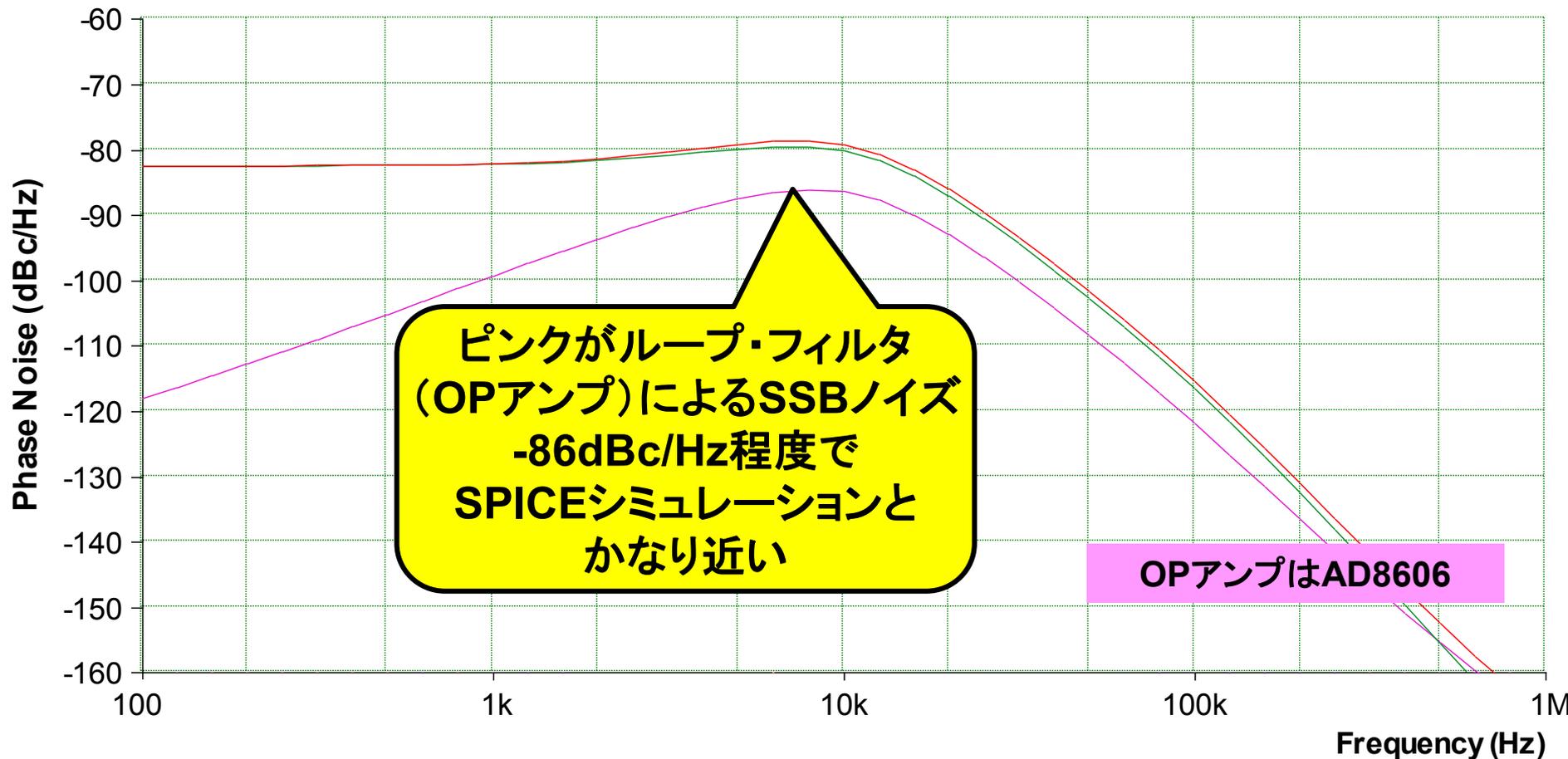
**CNRはノイズ  $N_o$  がrmsなので $\sqrt{2}$ 倍、  
さらにSSBノイズは $\Delta\phi/2$ なので  
 **$CNR = N_o/\sqrt{2}$ となる****

実際に  
SPICEで  
組んでみた



# ADIsimPLLと比較してみる

## Phase Noise at 1.08GHz



# 「OPアンプでアクティブ・フィルタ」ここまでで気づくこと

## ◆ 通常用途ならパッシブ・フィルタで十分

- ループ帯域はPFD周波数によるカットオフから決まり、パッシブ／アクティブの方式にはよらない(OPアンプの周波数特性にはほぼ依存しない)
- OPアンプによるノイズがSSBノイズに影響を与える率が高い
- バイアス電流によりチャージポンプからリーク電流が流れ、リファレンス・スプリアスが増加

## ◆ OPアンプのアクティブ・フィルタを使うなら

- ループゲインが足りないケース(あまりない?)
- VCOの入カインピーダンスが低い場合

## ◆ OPアンプ選定上の注意としては

- 低バイアス電流のOPアンプを使うべき
- ノイズ抵抗 $R_N (= V_N / I_N)$ の高いローノイズなOPアンプを使うべき
- JFETやCMOSのOPアンプが良い
- $V_N$ は1倍、 $I_N$ がフィルタ回路の $Z(s)$ により電圧に変換され出力に現れるから



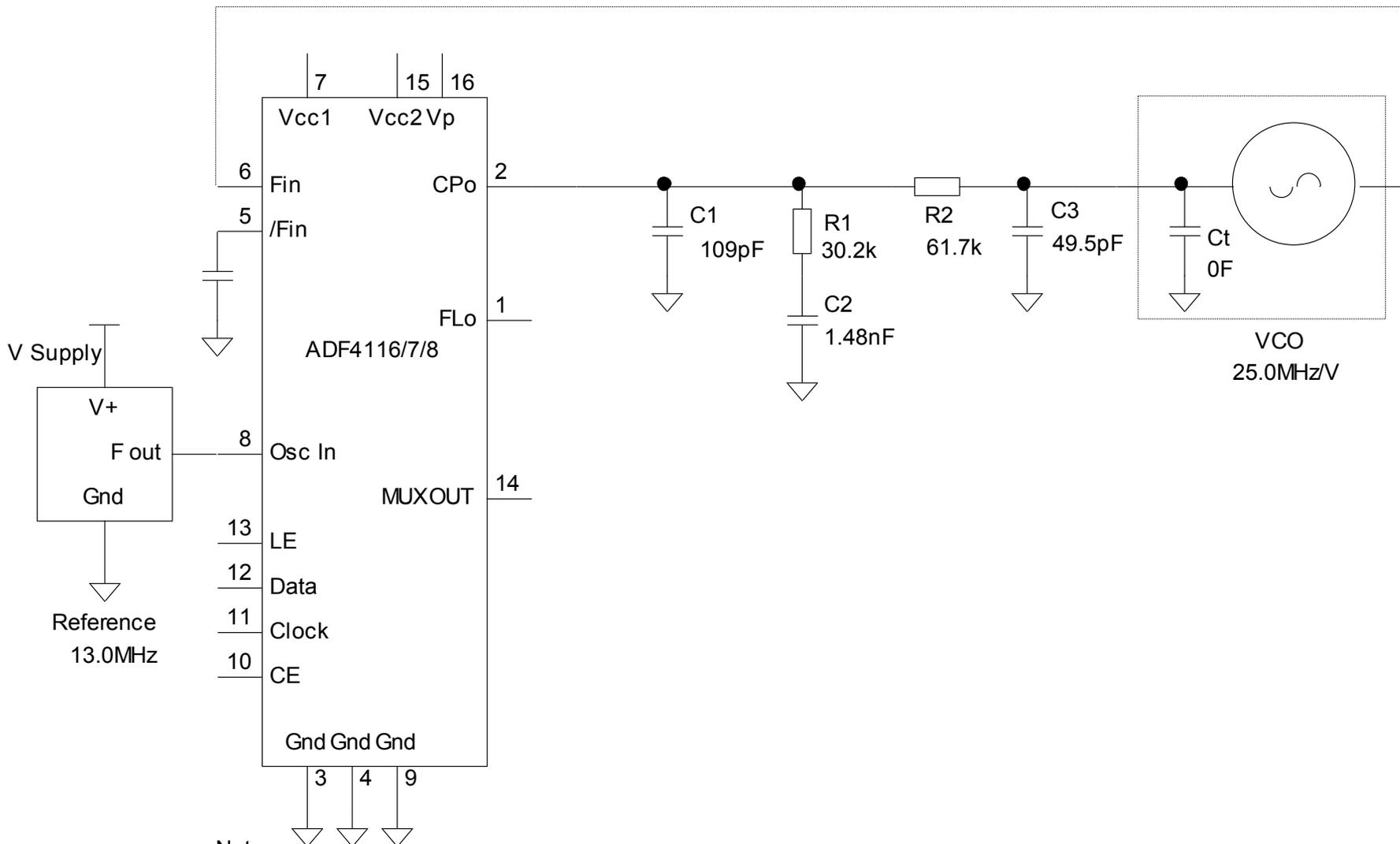
# 10. 実際に組んでみた回路で 理論考察と比較してみる



## 実際にやってみた：設計仕様

項目	仕様
使用するPLLIC	ADF4117
発振中心周波数	1.075GHz
TCXO周波数	13.000MHz
チャンネル・セパレーション	100kHz
チャンネル数	100CH
VCO感度 $K_V$	25MHz/V

# ADIsimPLLで得られた定数(と実際に用いた定数)



Notes:

1. TSSOP pin numbers shown

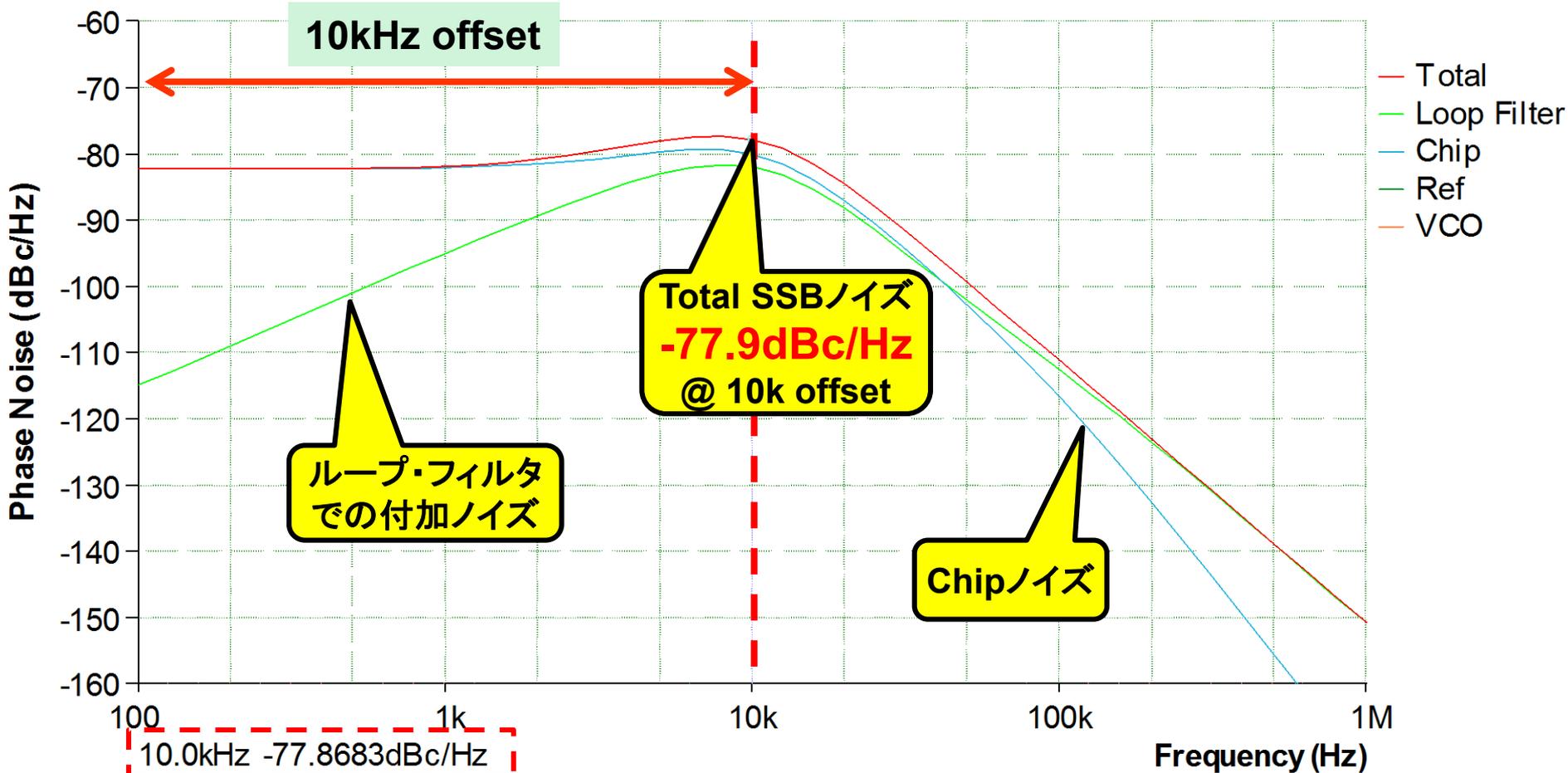
2. Vcc1 Analog Vcc

3. Vcc2 Digital Vcc

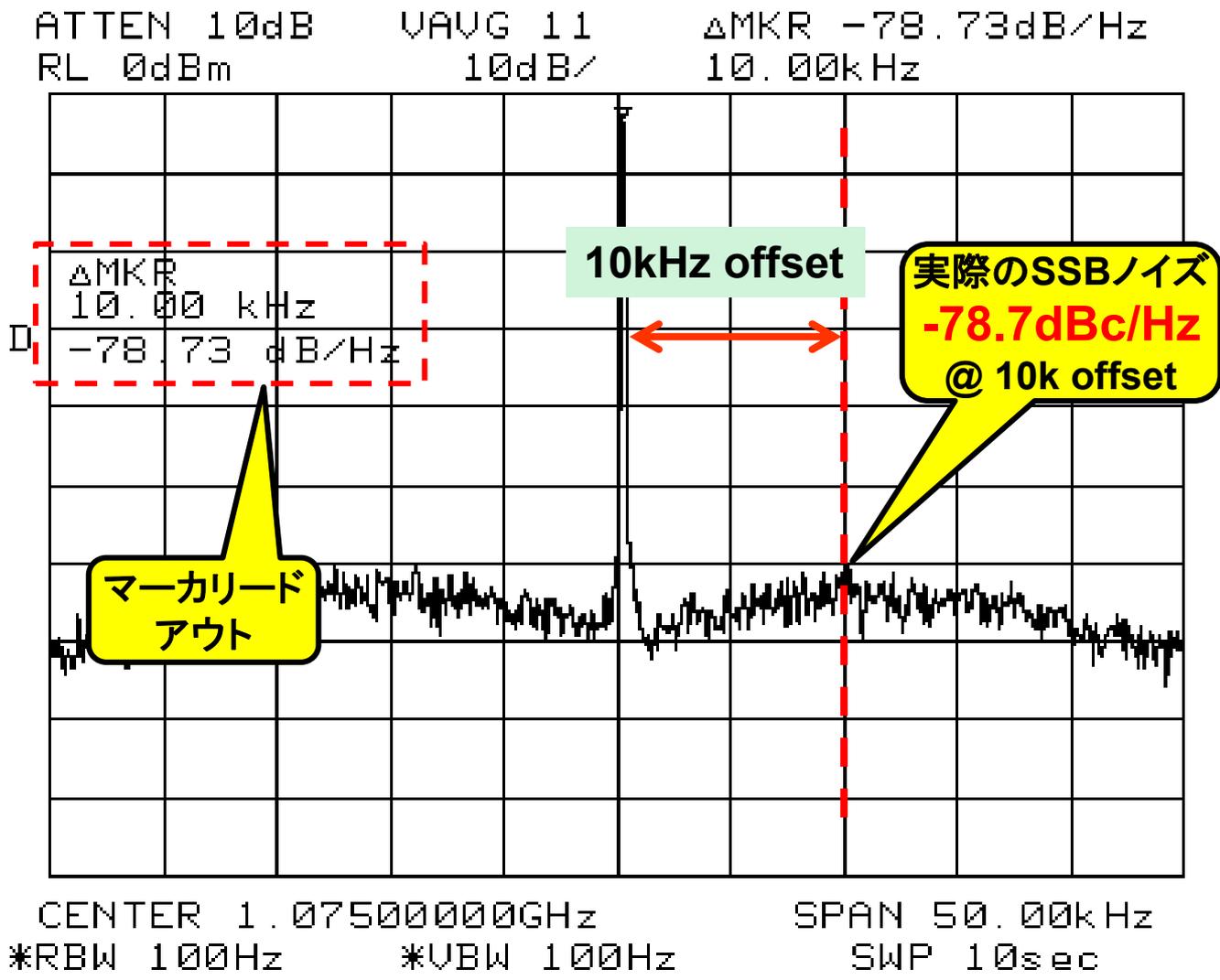
Analog Devices Proprietary Information

# 実際にやってみた : ADIsimPLL特性 (SSBノイズ)

## Phase Noise at 1.08GHz



# 実際にやってみた：試作回路の特性(SSBノイズ)



## まとめ



- ◆ PLLは $180^\circ$  の遅れをもつフィードバック・システム
- ◆ ループゲインが1 (0dB)になる周波数で位相補償をおこない、位相を進め安定化
- ◆ PFDノイズについてはN倍で増幅
- ◆ VCOノイズについては「 $1 + \text{ループゲイン}$ 」で減衰



## 参考(計算結果検証)文献

- ◆ 小宮 浩; 高周波PLL回路のしくみと設計法, CQ出版社
- ◆ 小宮 浩; 特集「PLL周波数シンセサイザの実用設計法」, RFワールド No. 12, Nov. 2012

小宮様の素晴らしい書籍、記事を参考にさせていただきました。お礼申し上げます。

