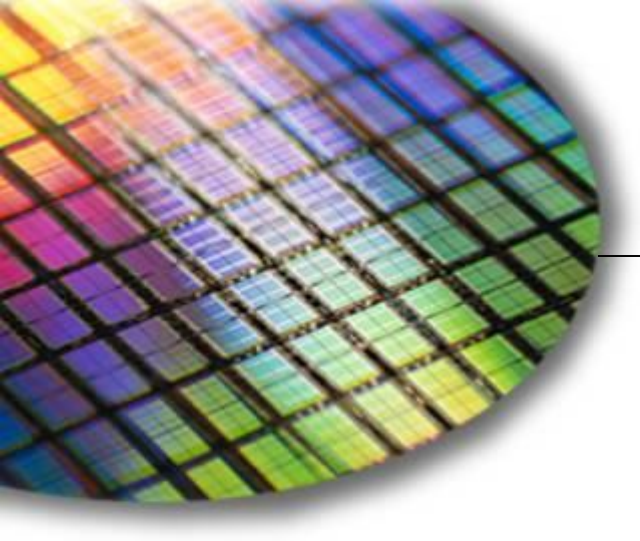


The World Leader in High Performance Signal Processing Solutions

PLL（位相ロック・ループ）の理論的側面をOPアンプとの比較で理解する（その1）

アナログ・デバイセズ株式会社
石井　聡

ANALOG DEVICES

Agenda（その1）

1. 位相を制御する自動制御システムとして**PLL**をモデル化してみる

2. 位相比較器とチャージ・ポンプは位相を基準にすれば線形（比例）入出力ブロック

3. VCOは「位相差に比例した制御信号で周波数が変化」とは

4. PLLを**OP**アンプと比較してみる

Agenda（その2）

5. ループ･フィルタも考慮にいれる

6. 帰還系の安定化をループ･フィルタに進み要素を入れて実現する

Agenda（その3）

7. 位相雑音を**OP**アンプのフィードバック回路で考える（① **PFD**ノイズ）

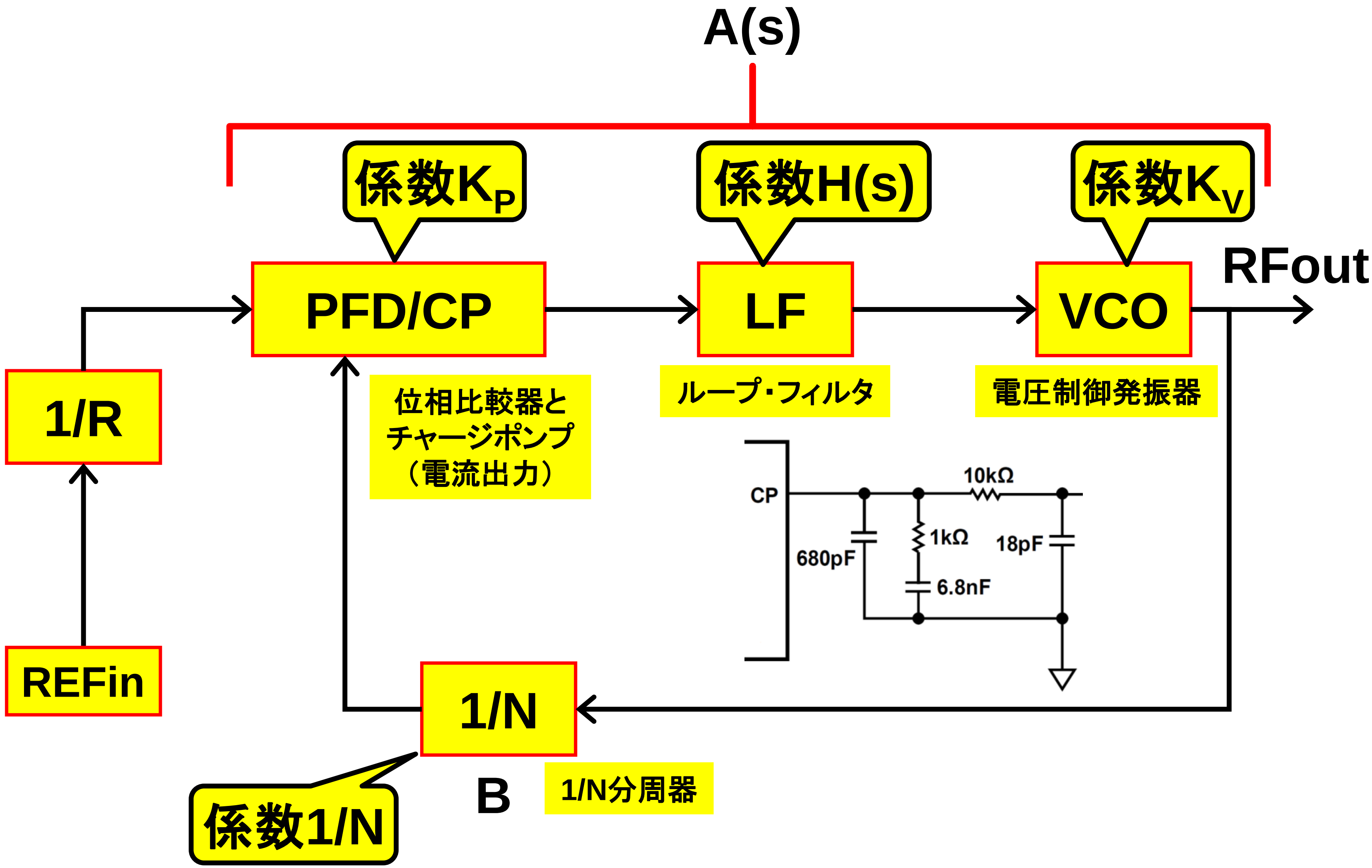
8. 位相雑音を**OP**アンプのフィードバック回路で考える（② **VCO**ノイズ）

9. アクティブ・ループ・フィルタで生じるノイズの影響度の見積り

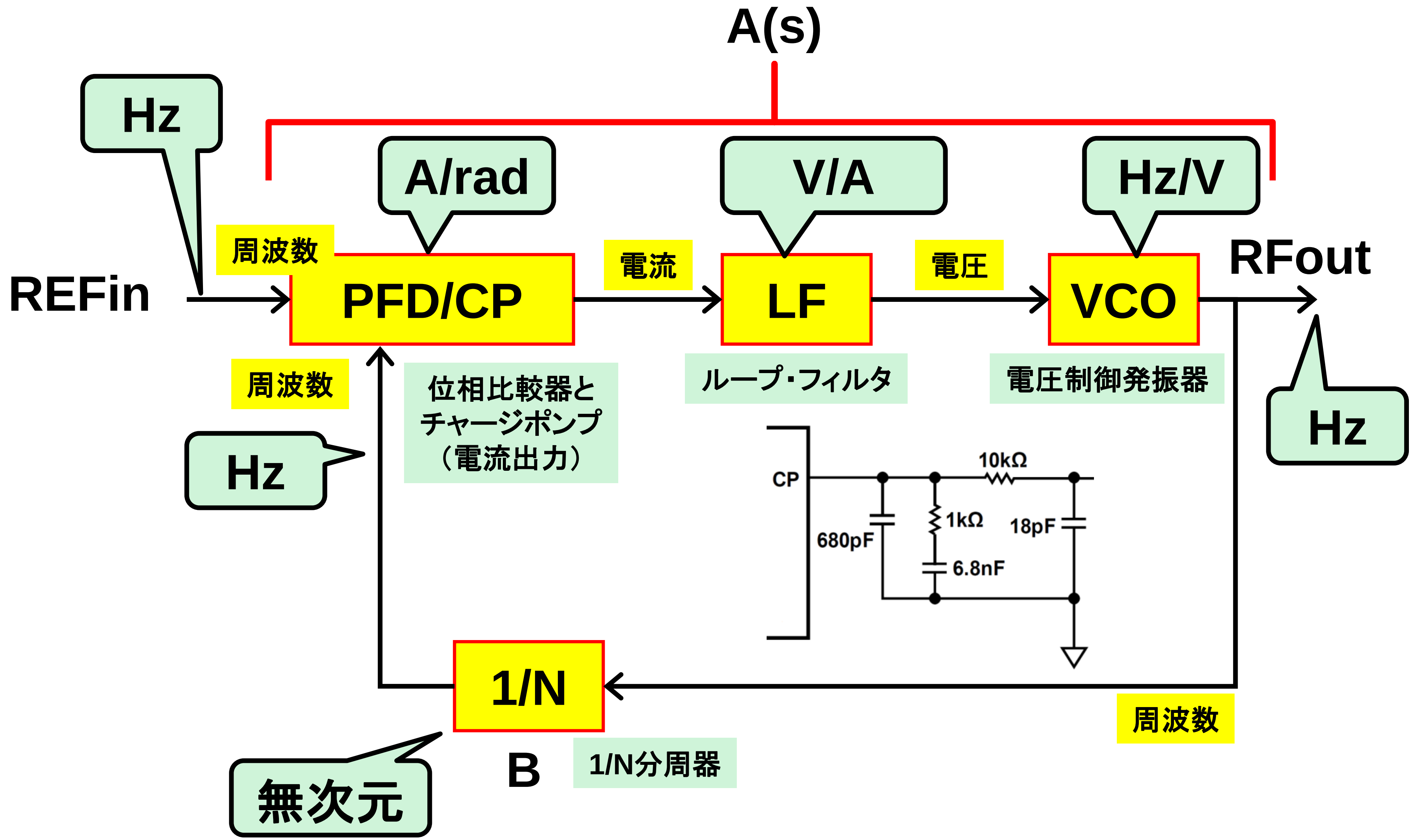
10. 実際に組んでみた回路で理論考察と比較してみる

1. 位相を制御する
自動制御システムとして
PLLをモデル化してみる

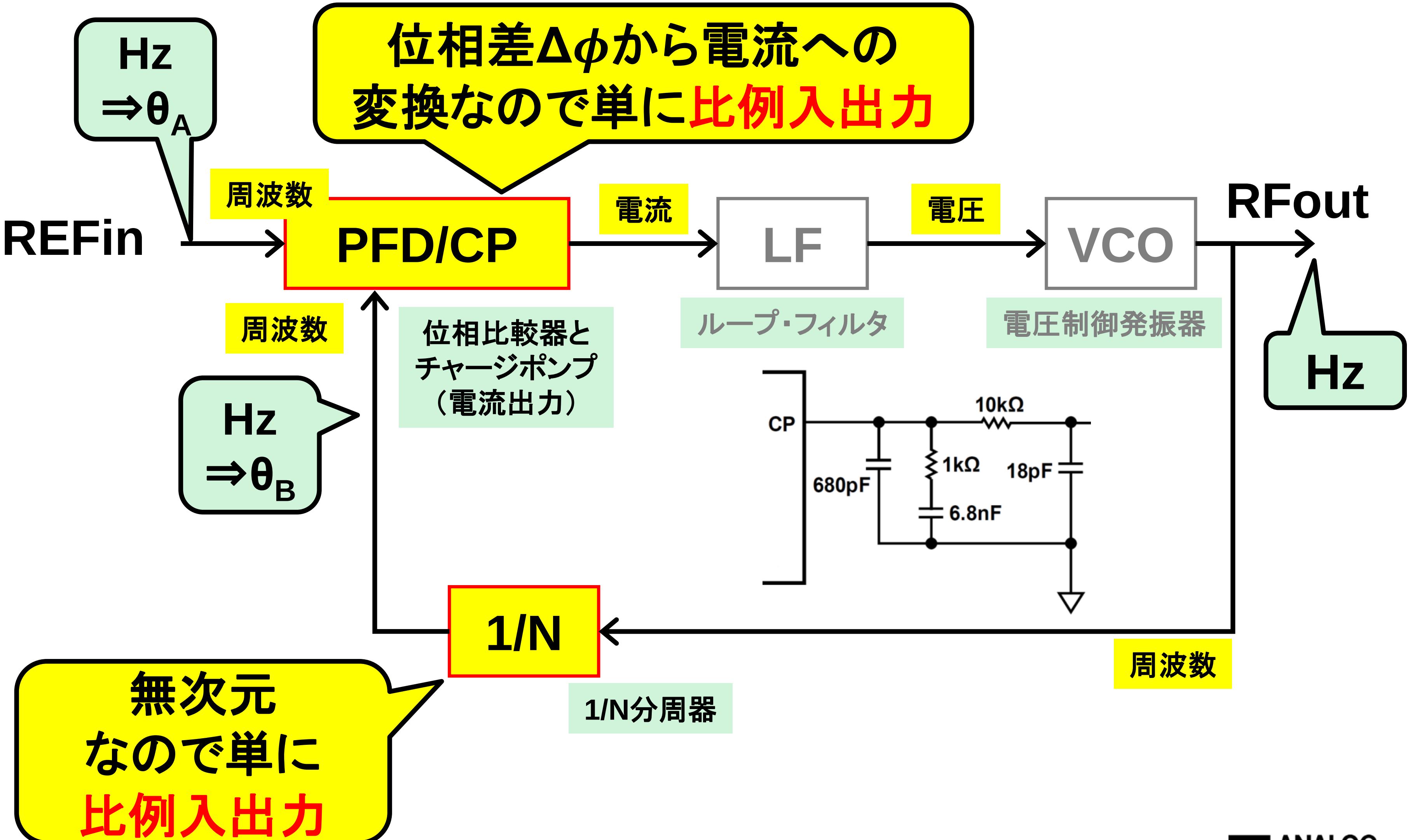
PLLは周波数の自動制御システム



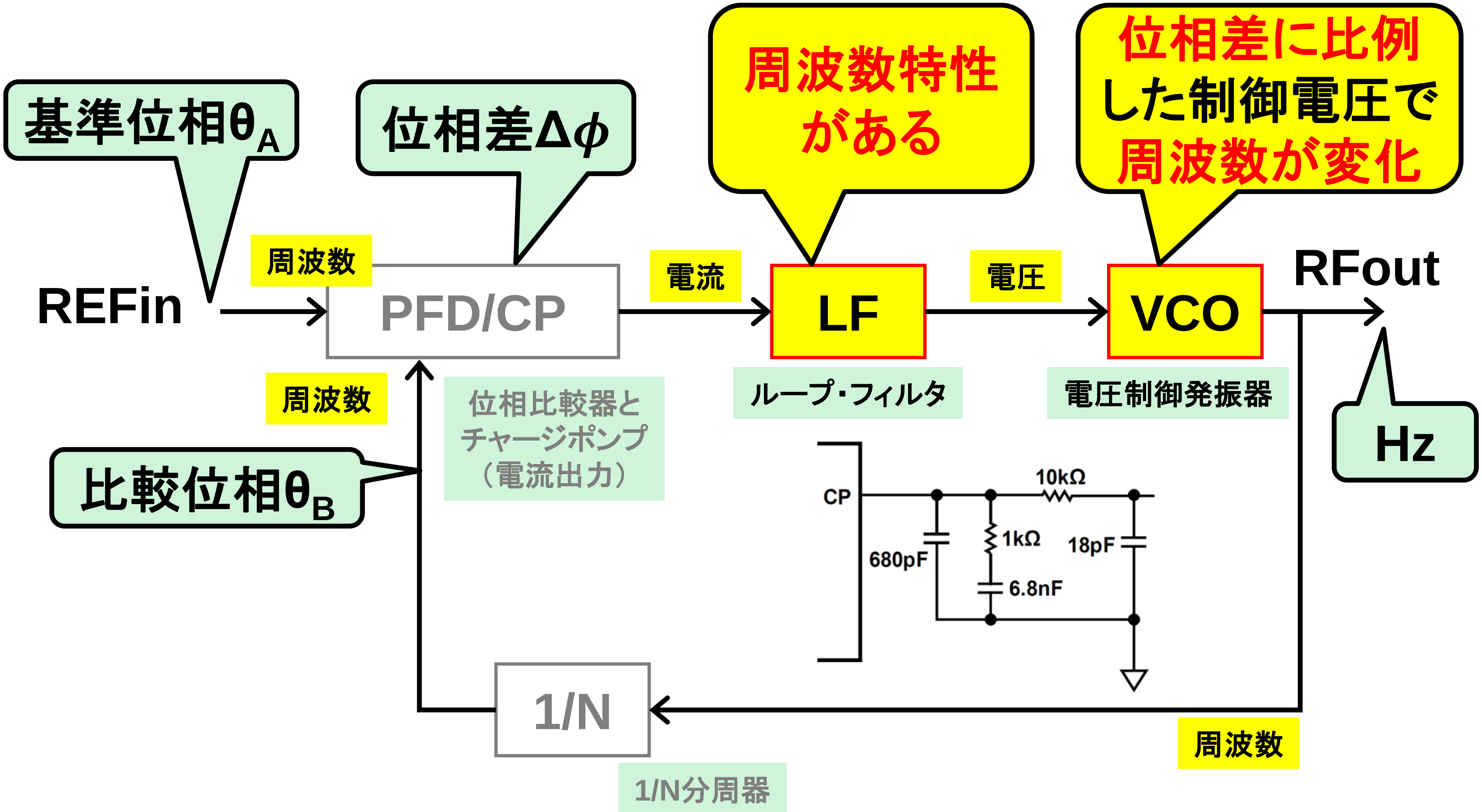
それぞれの入出力は（CPはADIのPLLを例に電流出力としている）



「位相を基準(次元)」でブロックで考えると単位(次元)変換は比例しているところは無視(簡単化)してよい



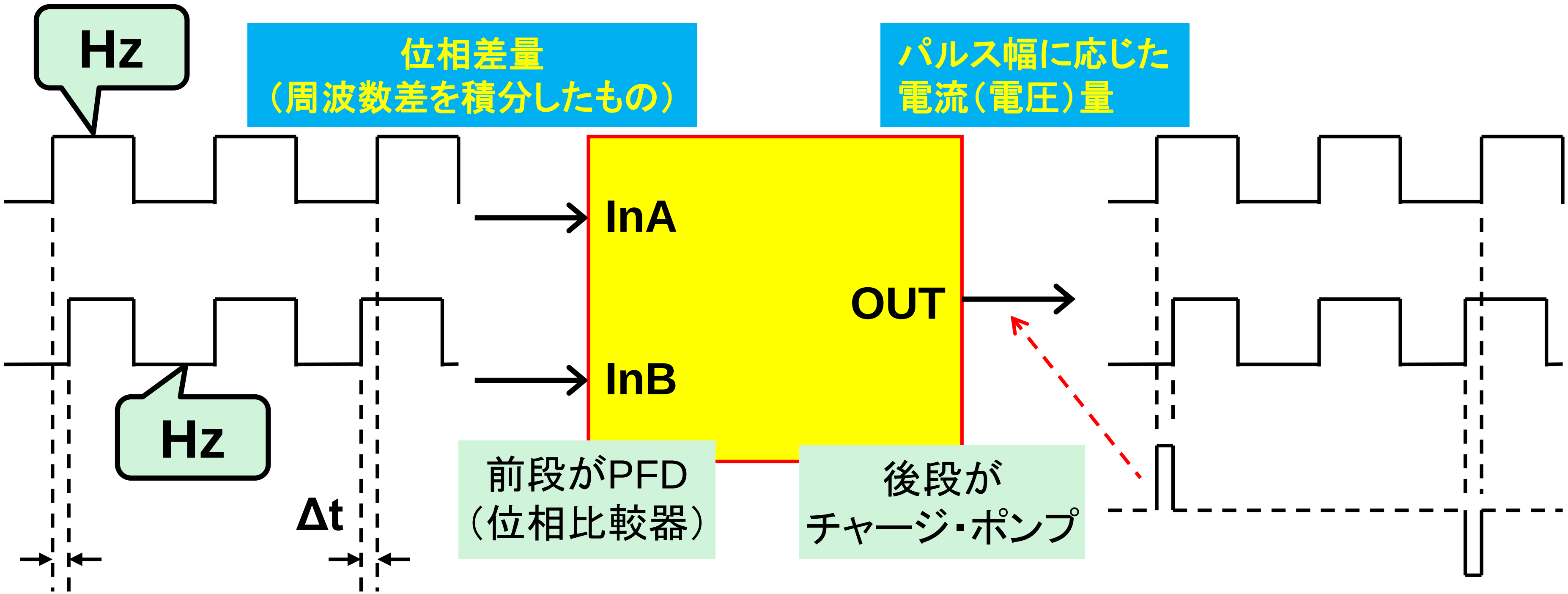
「位相を基準（次元）」で考えると残る二つが曲者だ



$\Delta\phi$[rad] = θ_A [rad] − θ_B [rad]（周波数の時間積分が位相）

2. 位相比較器とチャージ･ポンプは（周波数でなく）位相を基準にすれば線形（比例）入出力ブロック

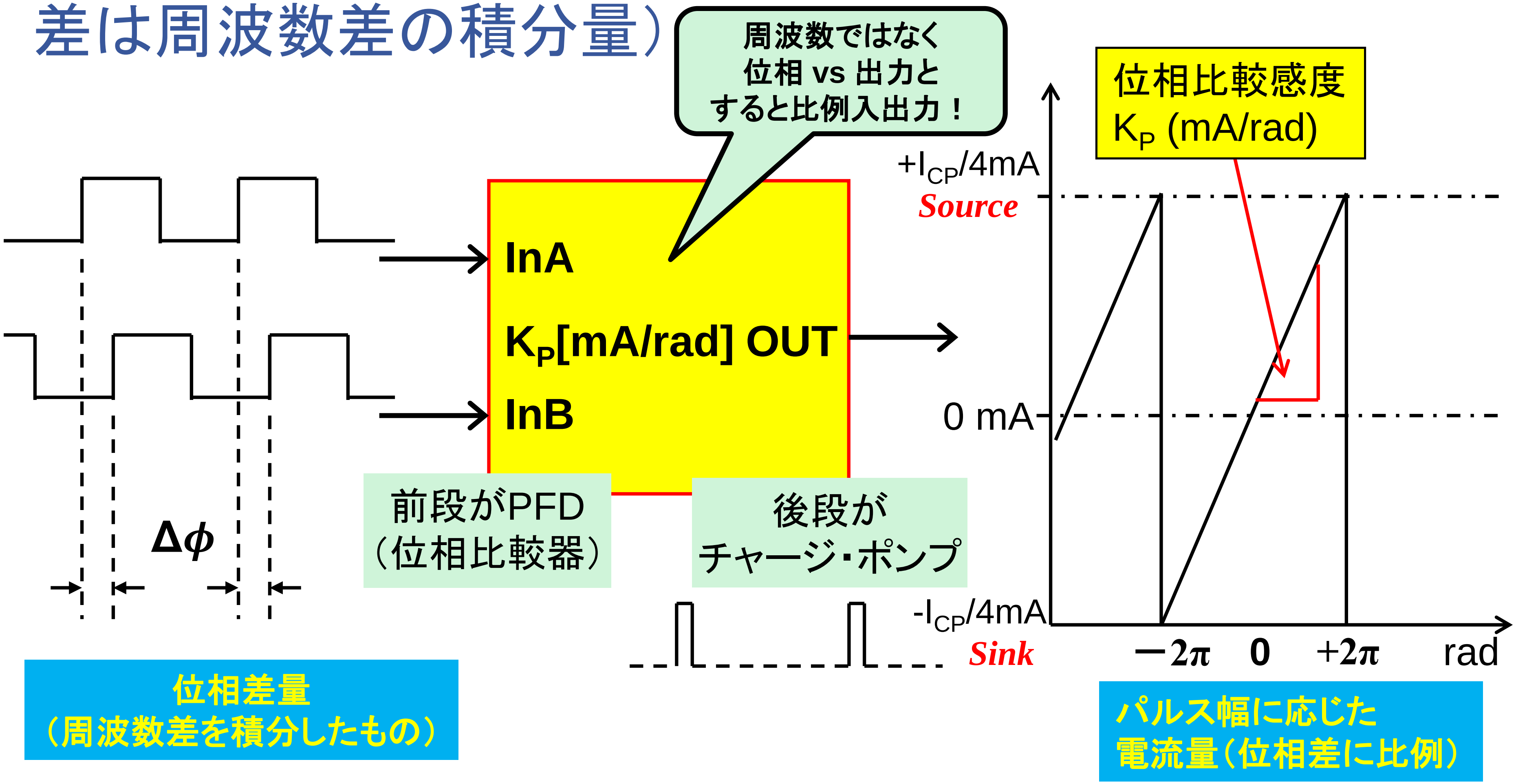
位相を比較し、位相差に比例したパルスを出力（線形比例入出力だ！）



$$\Delta\phi = 2\pi \cdot \Delta t \cdot fin$$

PFDの位相差$\Delta\phi$に比例した電流（または電圧）を出力 （**ADI製品は電流出力**）

パルス平均量は位相差Δφに比例する比例入出力(位相差は周波数差の積分量)



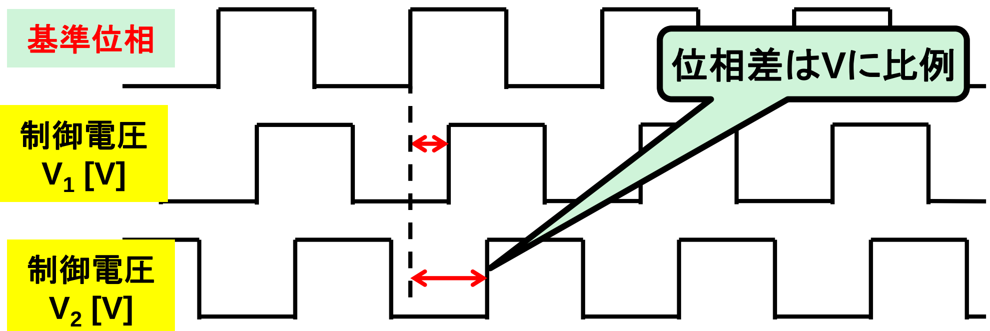
伝達関数として「比例項」の K_P ⇒ mA/rad（電流/位相）が得られる

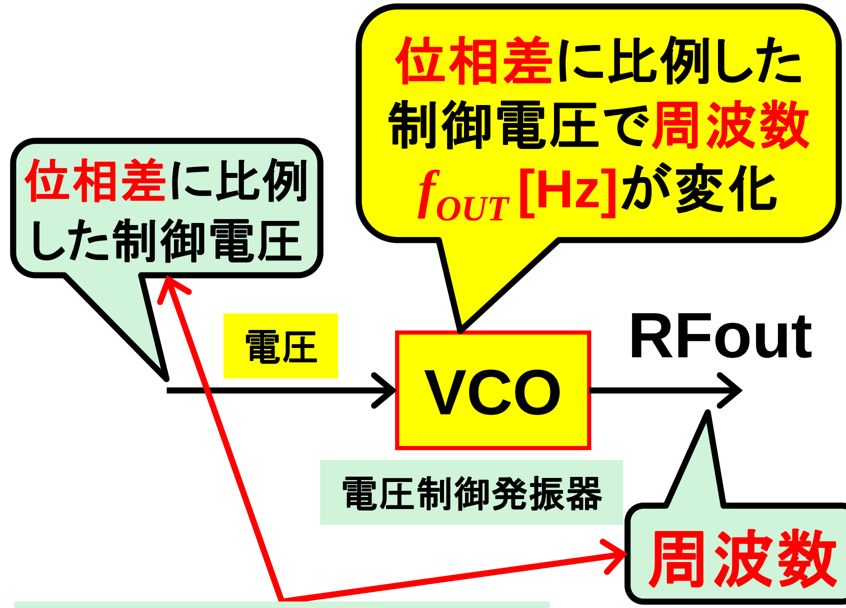
位相差に比例した動作（周波数差としては考えない）

3. VCOは「位相差に比例した制御信号で周波数が変化」とは

VCOは位相差に比例した制御信号で周波数を出力

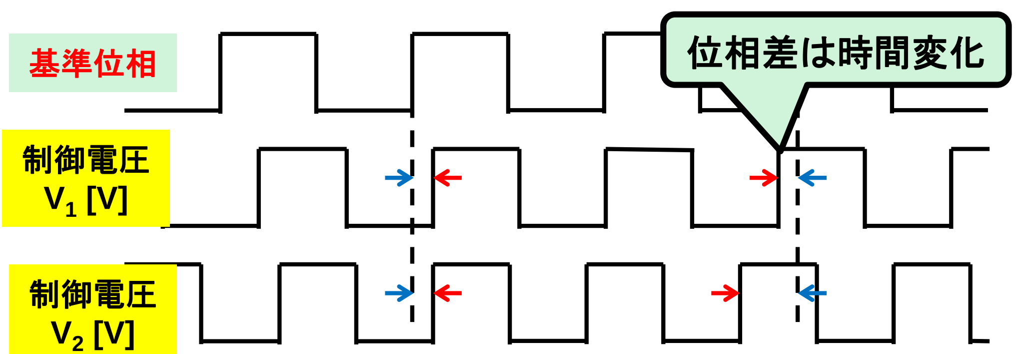
位相差に比例した制御電圧で
位相が変化するなら





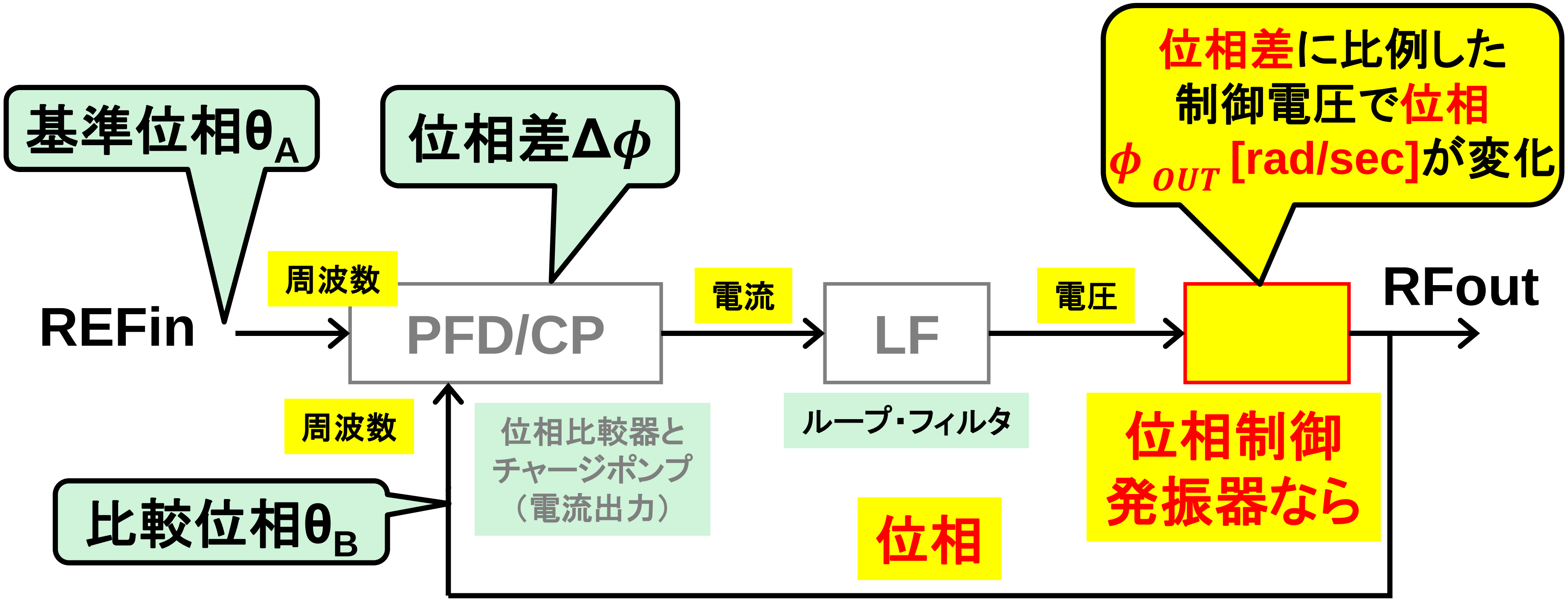
同じ次元でない
単純な比例でない

位相差に比例した制御電圧で
周波数が変化するなら（VCOはこちら）



この違いをどう
やって取り扱えば
いいんだ？！

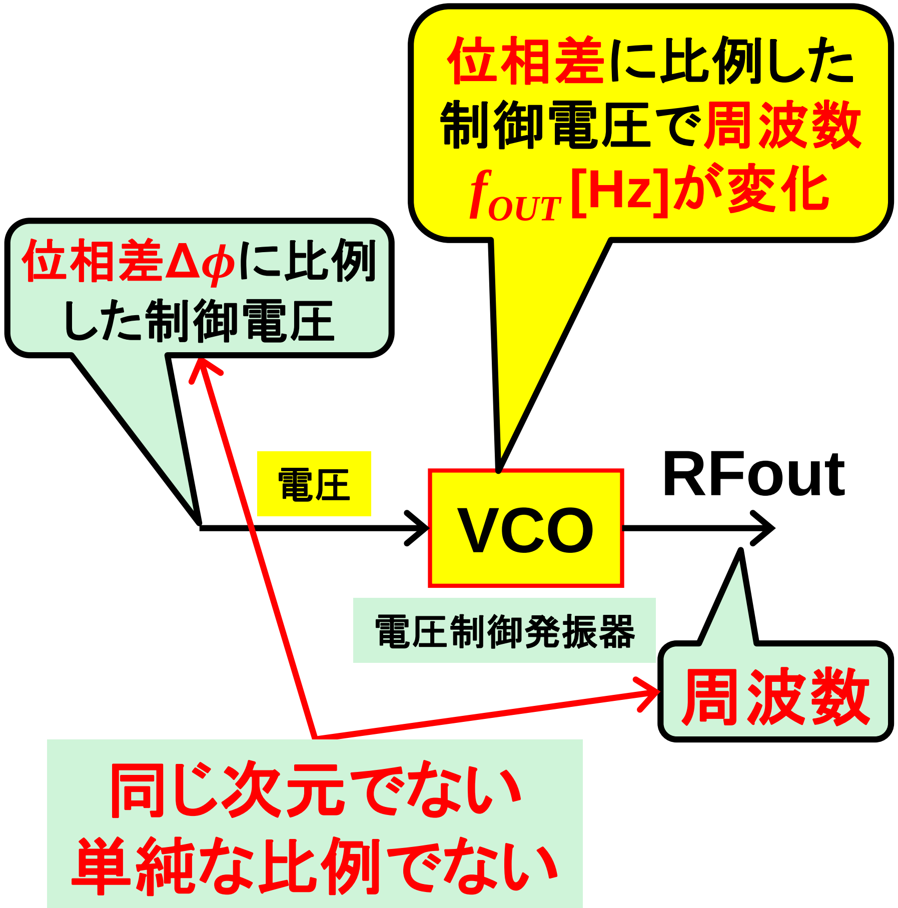
「位相で制御するフィードバック･システム」であるならば



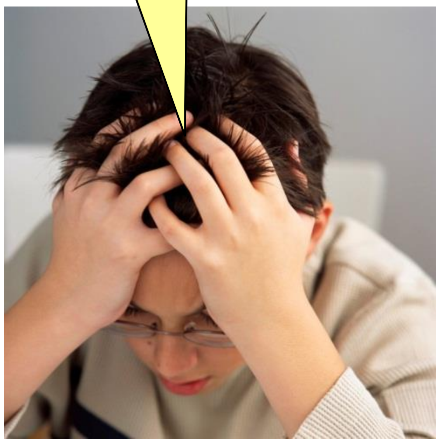
位相を制御するフィードバックで**「比例」**として考えるなら、**位相差に比例**した制御電圧で**位相**が**リニアに**変化することが正しいだろう

しかしVCOでは**位相差に比例**した制御電圧で**周波数**が変化

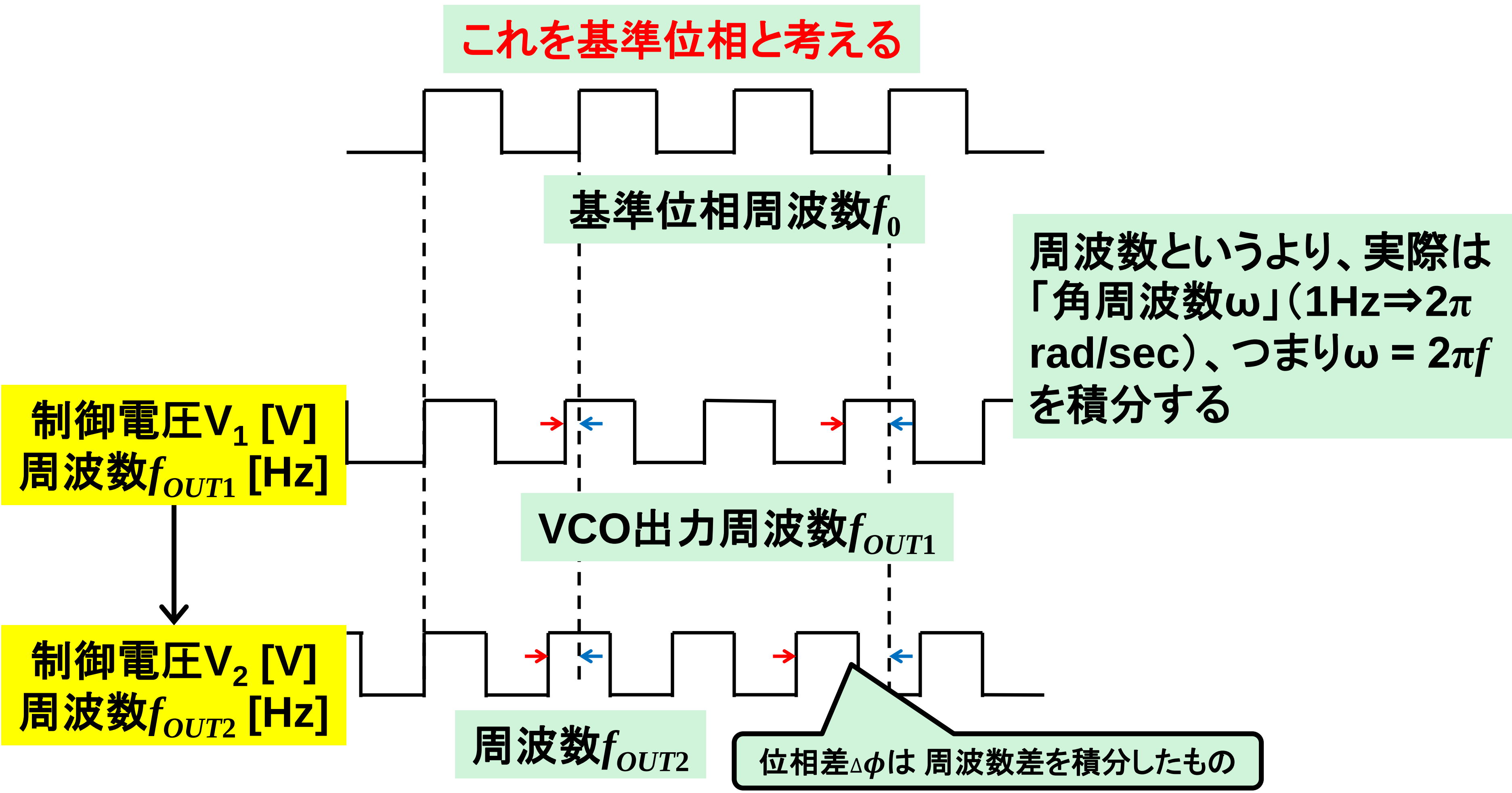
しかしVCOは位相差に比例した周波数を出力



この違いをどう
やって取り扱えば
いいんだ？！



「位相」とは周波数を積分したもの



周波数差を積分すると位相差になるとは

$$\Delta\boldsymbol{\phi} = \int 2\pi f_{OUT}(t)dt - \int 2\pi f_0(t)dt = \int \omega_{OUT}(t)dt - \int \omega_0(t)dt$$

位相差(rad)は

$$= \int [2\pi f_{OUT}(t) - 2\pi f_0(t)]dt = \int [\omega_{OUT}(t) - \omega_0(t)]\, dt$$

$$= \int 2\pi\Delta f(t)dt = \int \Delta\omega\,(t)dt$$

角周波数差(rad/sec)を積分したもの

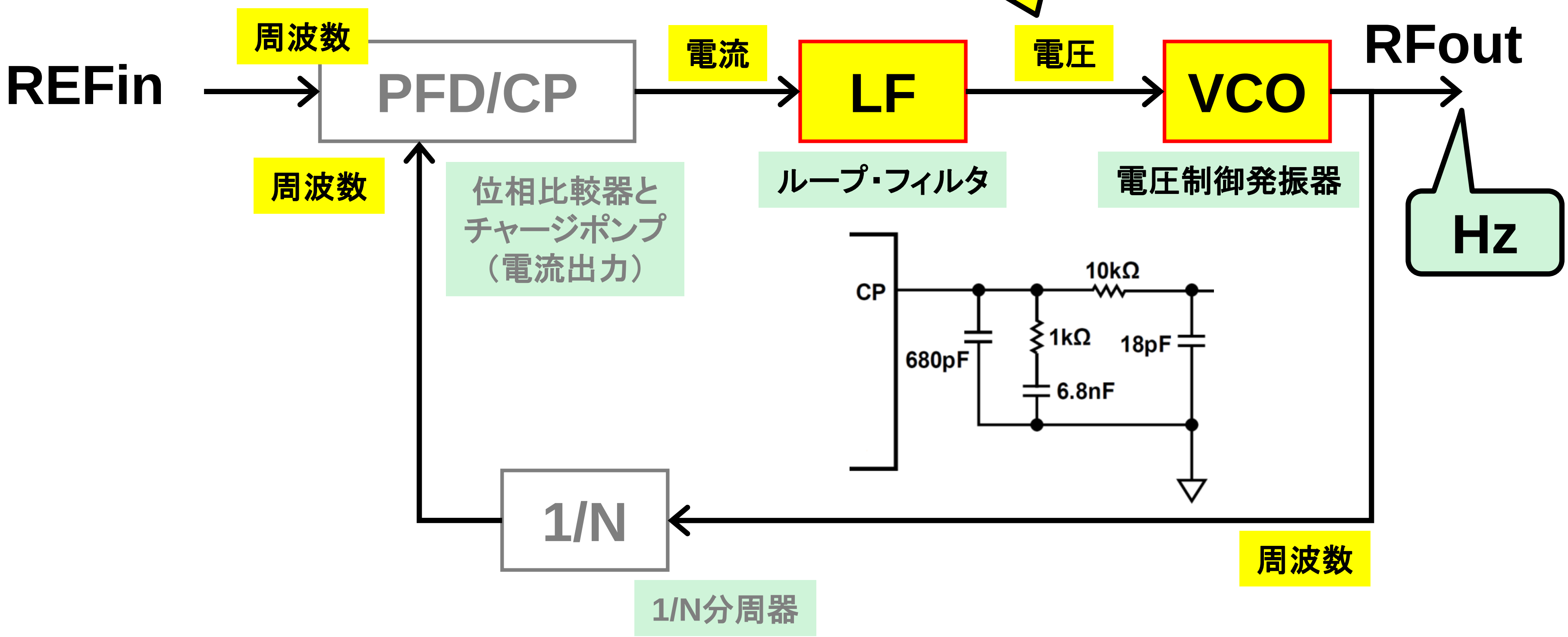
ここで周波数差$\Delta\omega$が角周波数ω_P[rad/sec]（$\omega_P = 2\pi f_P$）で**時間tで正弦波的に変化**していると考える。
これを複素信号を使えば$\Delta\omega(t) = \Delta\omega \cdot \exp(j\omega_P t)$と表すことができ（$\cos(\omega_P t)$としてもよい）、位相差の時間変化$\Delta\boldsymbol{\phi}(t)$は、

$$\Delta\boldsymbol{\phi}(t) = \int \Delta\omega(t)\, dt = \int \Delta\omega \cdot \exp(j\omega_P t)\, dt = \frac{\Delta\omega \cdot \exp(j\omega_P t)}{j\omega_P} = \frac{\Delta\omega(t)}{j\omega_P}$$

振幅がω_Pに反比例し、分母にjがあるので－90°位相が遅れる

ここでのω_Pとはナニモノ？

ここの電圧の角周波数がω_P[rad/s]ということ(周波数なら$f_P = \omega_P/2\pi$ [Hz])。
つまり帰還ループの周波数特性を見てみよう、というモノ



得られた式からVCOのω_P応答周波数特性を考えてみる（単なる積分回路の特性を見ているだけだが）

角周波数ω_P[rad/s]で変化する制御電圧$V_T(t)$

周波数ではなく**位相ϕ変化量**

電圧

$$\Delta V_T(t) = \Delta V \cdot \exp(j\omega_P t) \longrightarrow \boxed{\text{VCO}} \xrightarrow{\text{RFout}} \Delta\boldsymbol{\phi}(t) = \frac{\Delta\omega_{VCO} \cdot \exp(j\omega_P t)}{j\omega_P}$$

電圧制御発振器

VCO制御感度K_V[rad/s/V]⇒ΔVと$\Delta\omega_{VCO}$の関係が$K_V = \Delta\omega_{VCO}/\Delta V$なので

$$\Delta\boldsymbol{\phi}(t) = \frac{K_V \cdot \Delta V \cdot \exp(j\omega_P t)}{j\omega_P}$$

VCOの
伝達関数
これは積分器だ！

VCOの「位相」を基準としたときの伝達関数（ω_Pの角周波数応答特性）は

$$H_{VCO}(\omega_P) = \frac{\Delta\boldsymbol{\phi}(t)}{\Delta V_T(t)} = \frac{K_V \cdot \Delta V \cdot \exp(j\omega_P t)}{j\omega_P} \cdot \frac{1}{\Delta V \cdot \exp(j\omega_P t)} = \boxed{\frac{K_V}{j\omega_P}}$$

一般的には制御電圧は一定だが、このブロック（VCO）の伝達特性（振幅と位相）を調べるために角周波数ω_P[rad/s]で正弦波で変化する信号を加えている

得られた式からVCOのω_P応答周波数特性を考えてみる（単なる積分回路の特性を見ているだけだが）

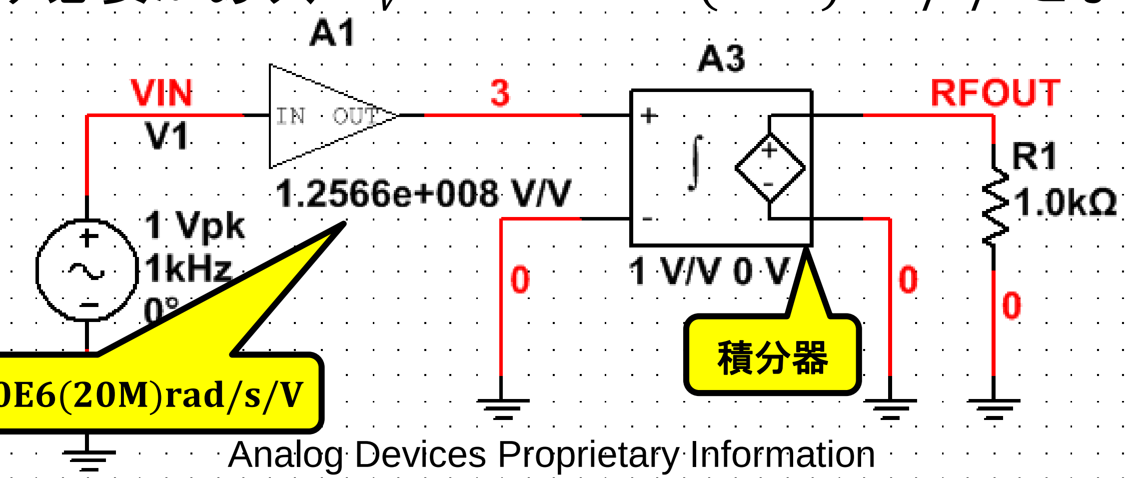
角周波数ω_P[rad/s]で変化する制御電圧V_T

$$H_{VCO}(\omega_P) = \frac{K_V}{j\omega_P}$$

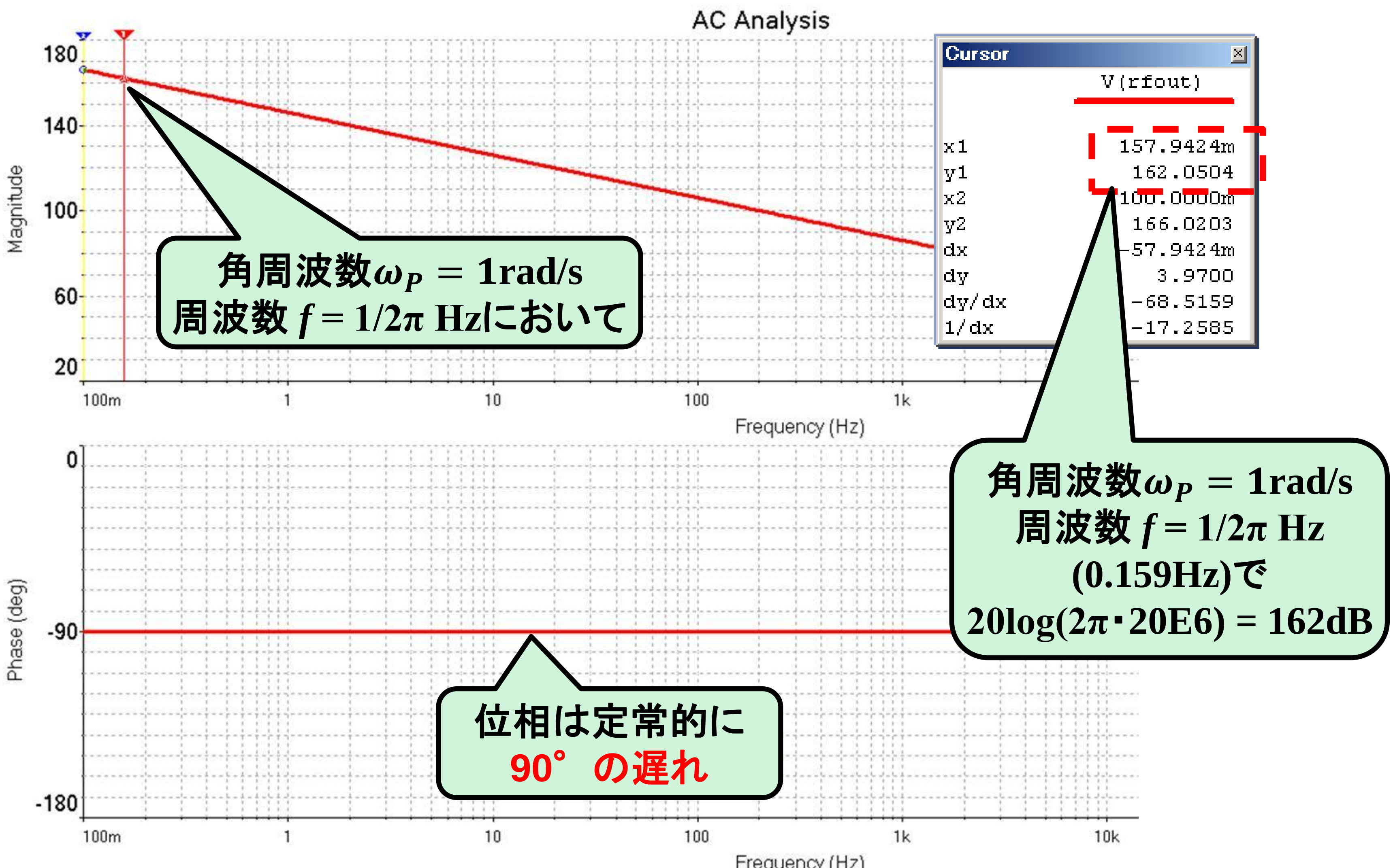
周波数ではなく位相ϕ

通常、VCO制御感度K_Vは[Hz/V]で示される。しかしここまでの話で分かるように「角周波数」$K_V = \Delta\omega/V$の関係で考える必要あり

つまり、データシート上でたとえば$K_{Vfreq} = 20\mathrm{MHz/V}$なら、これを角周波数[rad/s]に直す必要があり、$K_V = 2\pi \cdot 20\mathrm{E6(20M)rad/s/V}$となる

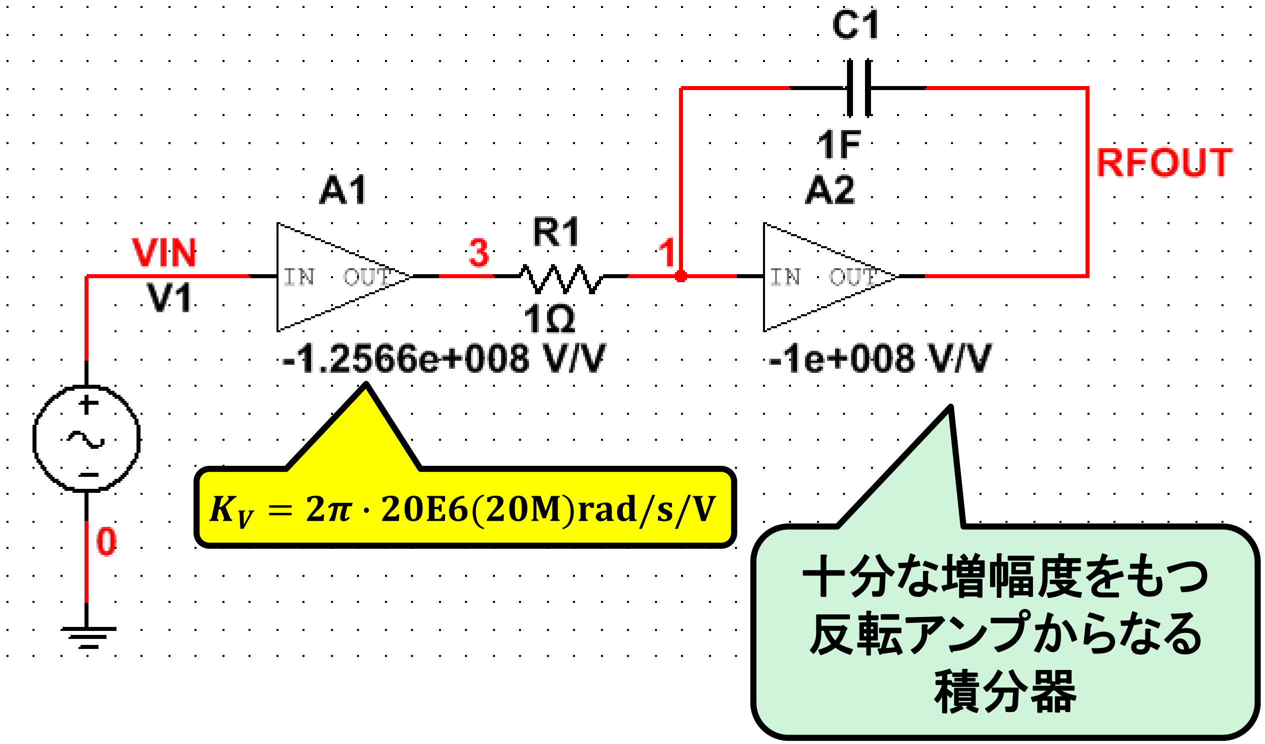


得られた式からVCOのω_P応答周波数特性を考えてみる（単なる積分回路の特性を見ているだけだが）



ANALOG DEVICES

余談だがVCOのω_P応答周波数特性はこんな感じでも表せる

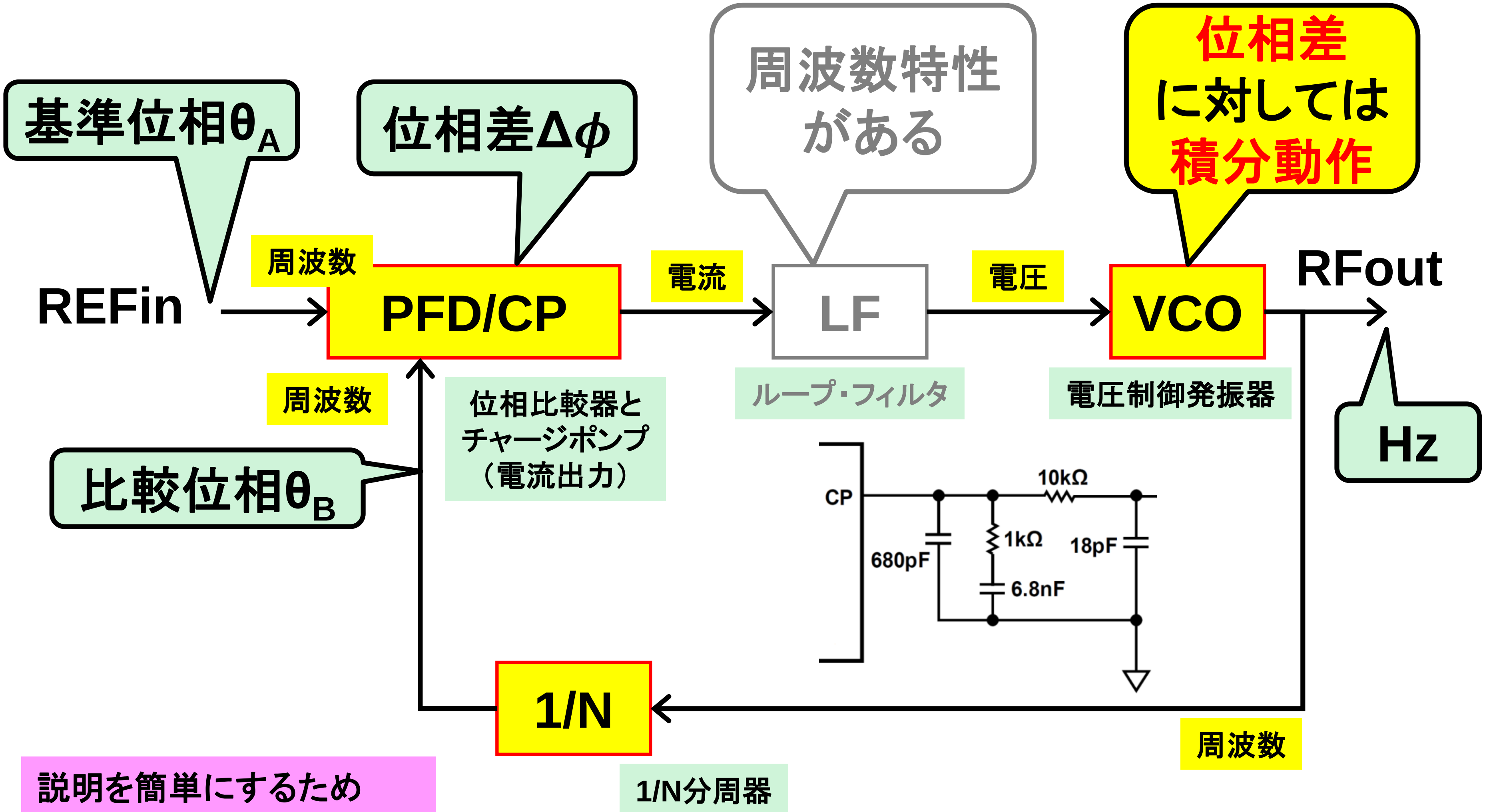


ここのまとめ

- **位相で考えてみるとVCOは積分器**
- **位相は90°　遅れ**
- **振幅は6dB/Octで低下**

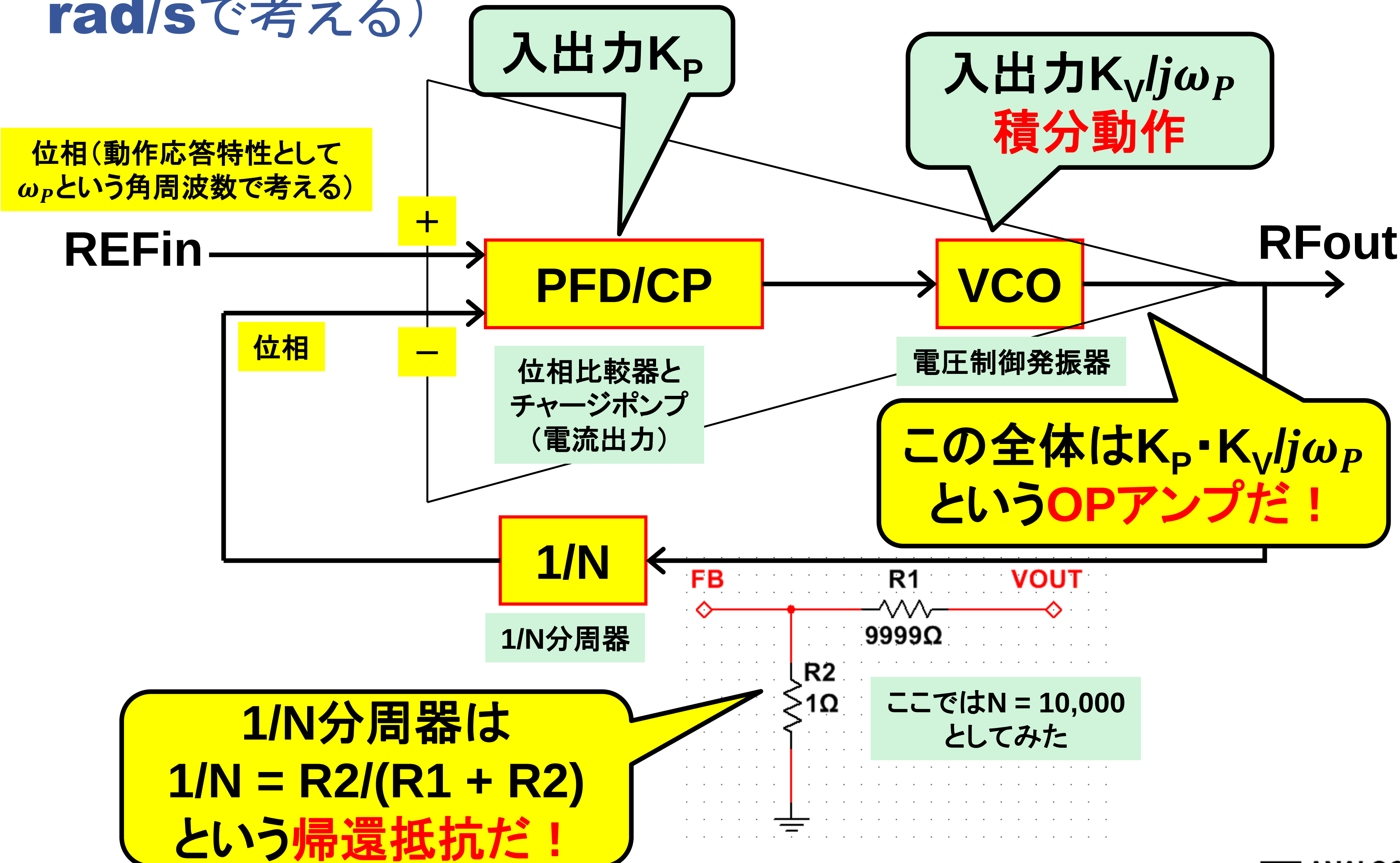
4. PLLをOPアンプと比較してみる

OPアンプと比較ではループ・フィルタは「まずは」除外



説明を簡単にするため
CP⇒VCO間のトランスイ
ンピーダンスは1とする

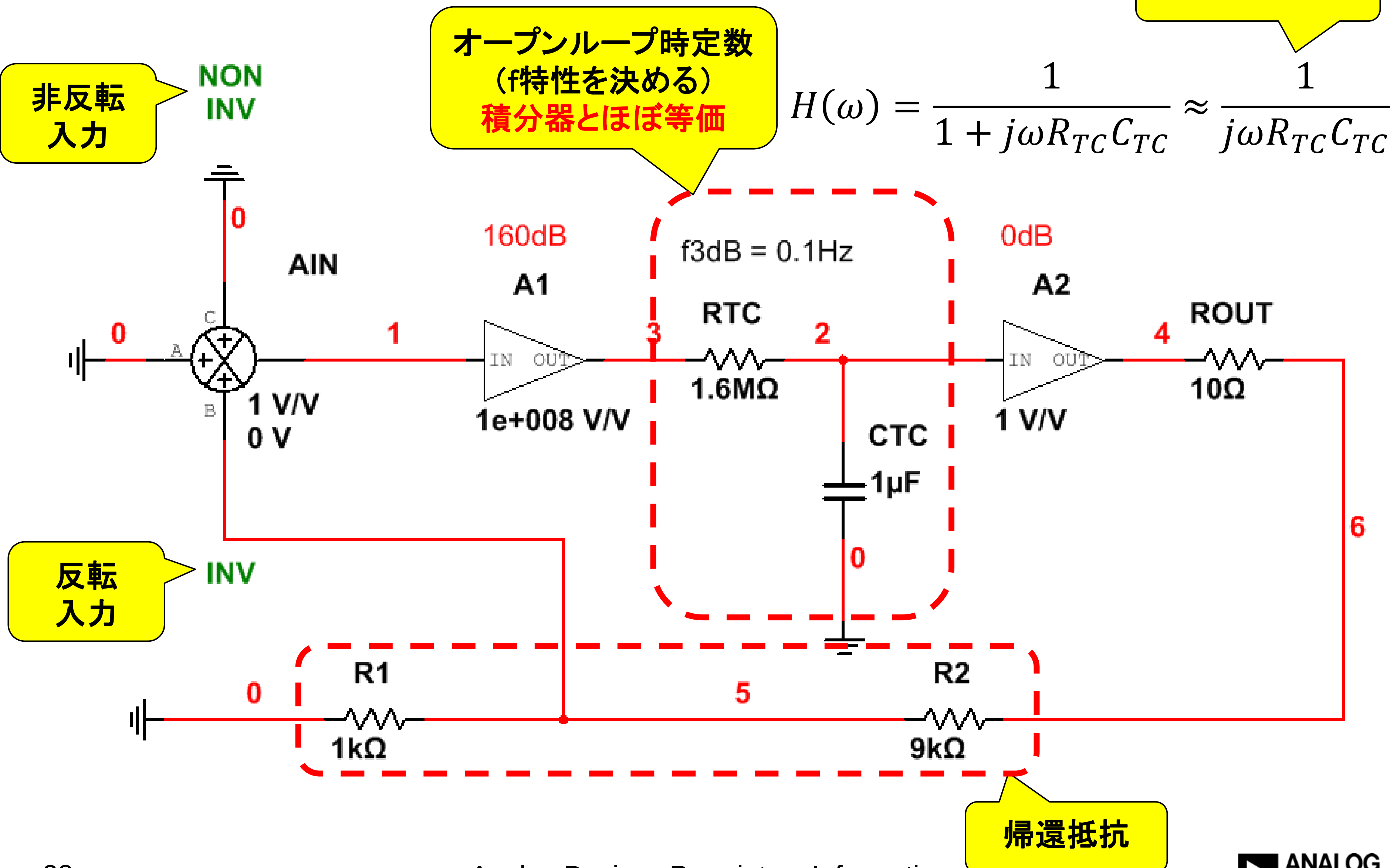
こんな感じで考える(基本単位は位相であり、**rad & rad/s**で考える)



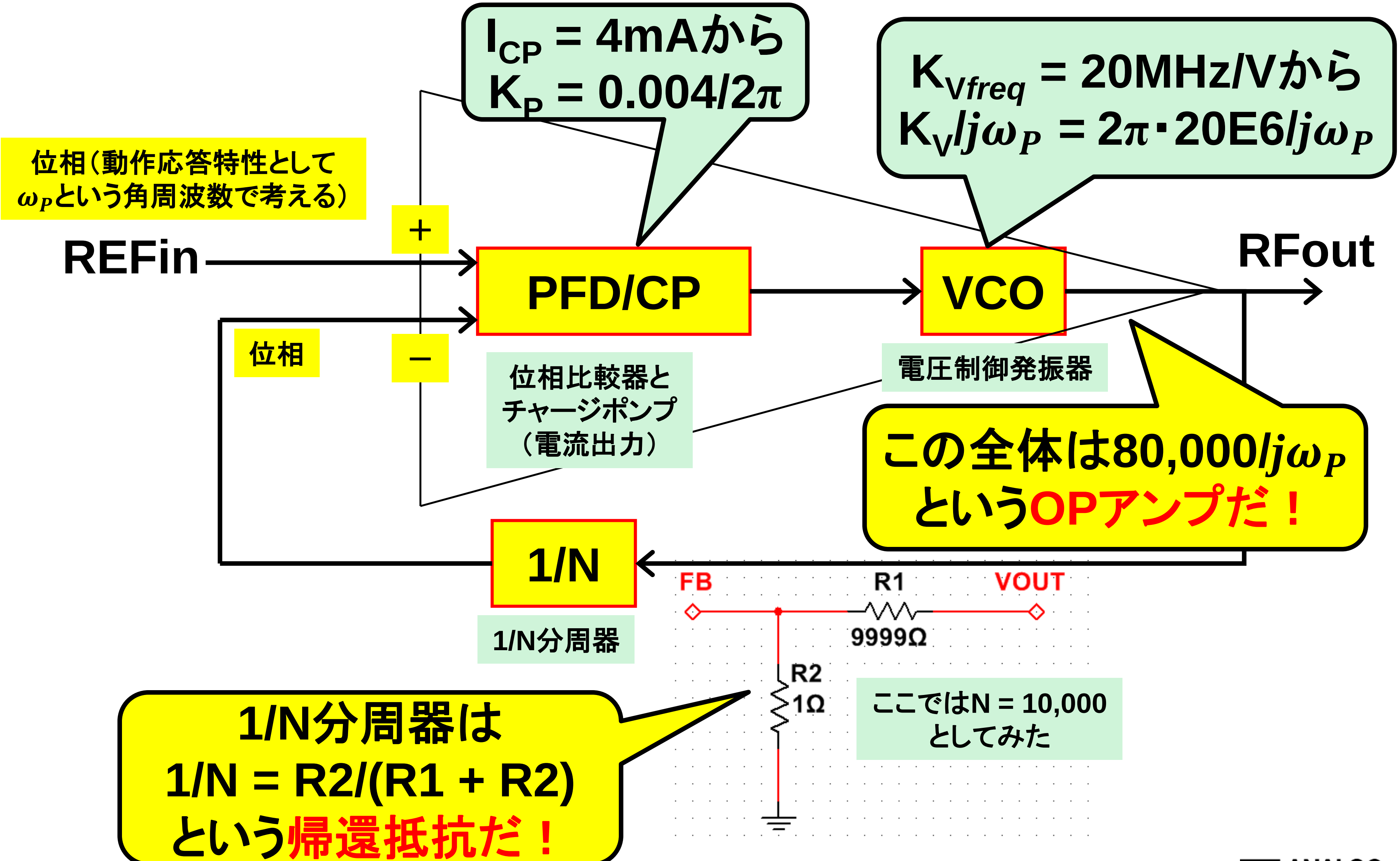
OPアンプの超単純なモデル

積分系に近似

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega R_{TC} C_{TC}} \approx \frac{1}{j\omega R_{TC} C_{TC}}$$

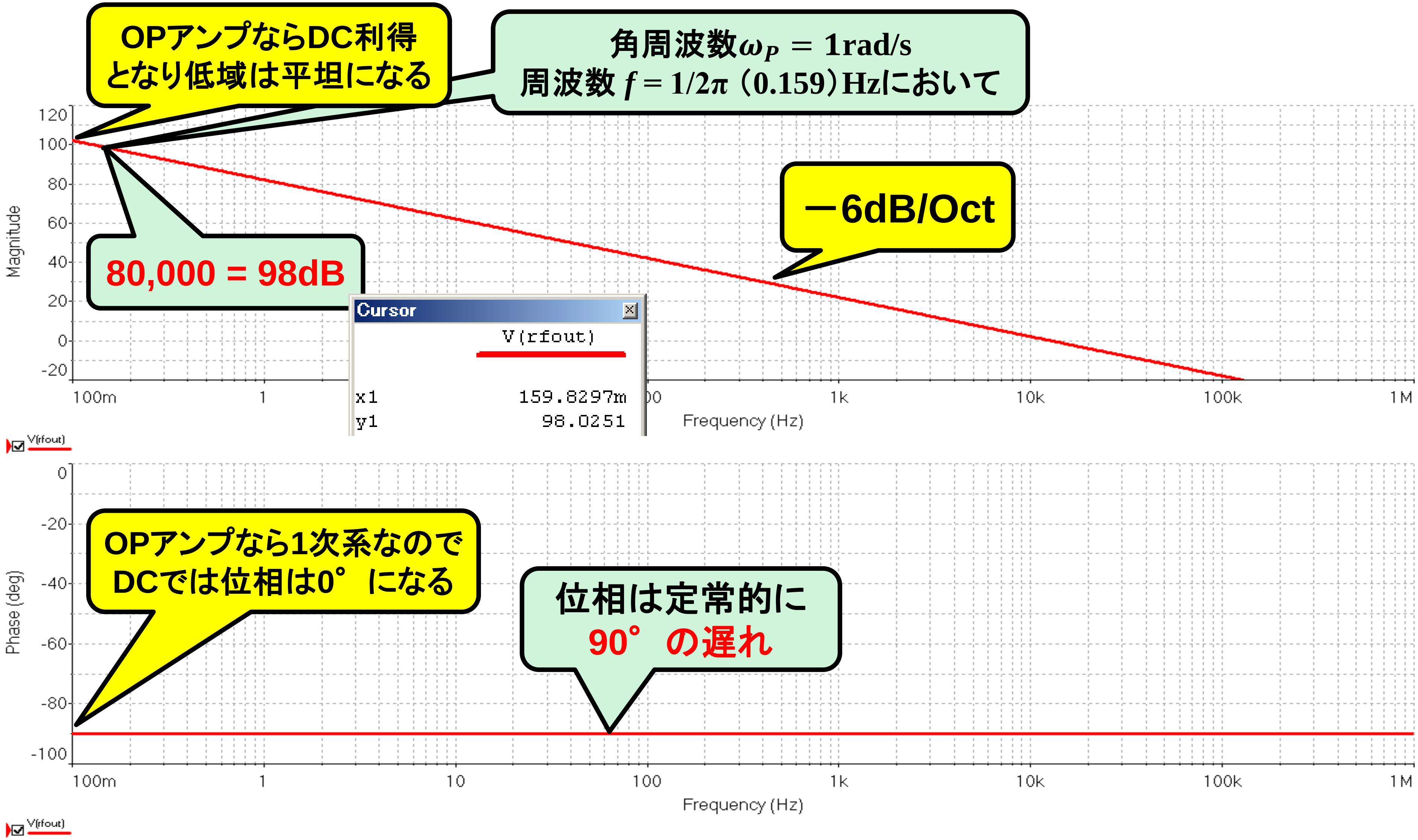


前の定数を入れてみる

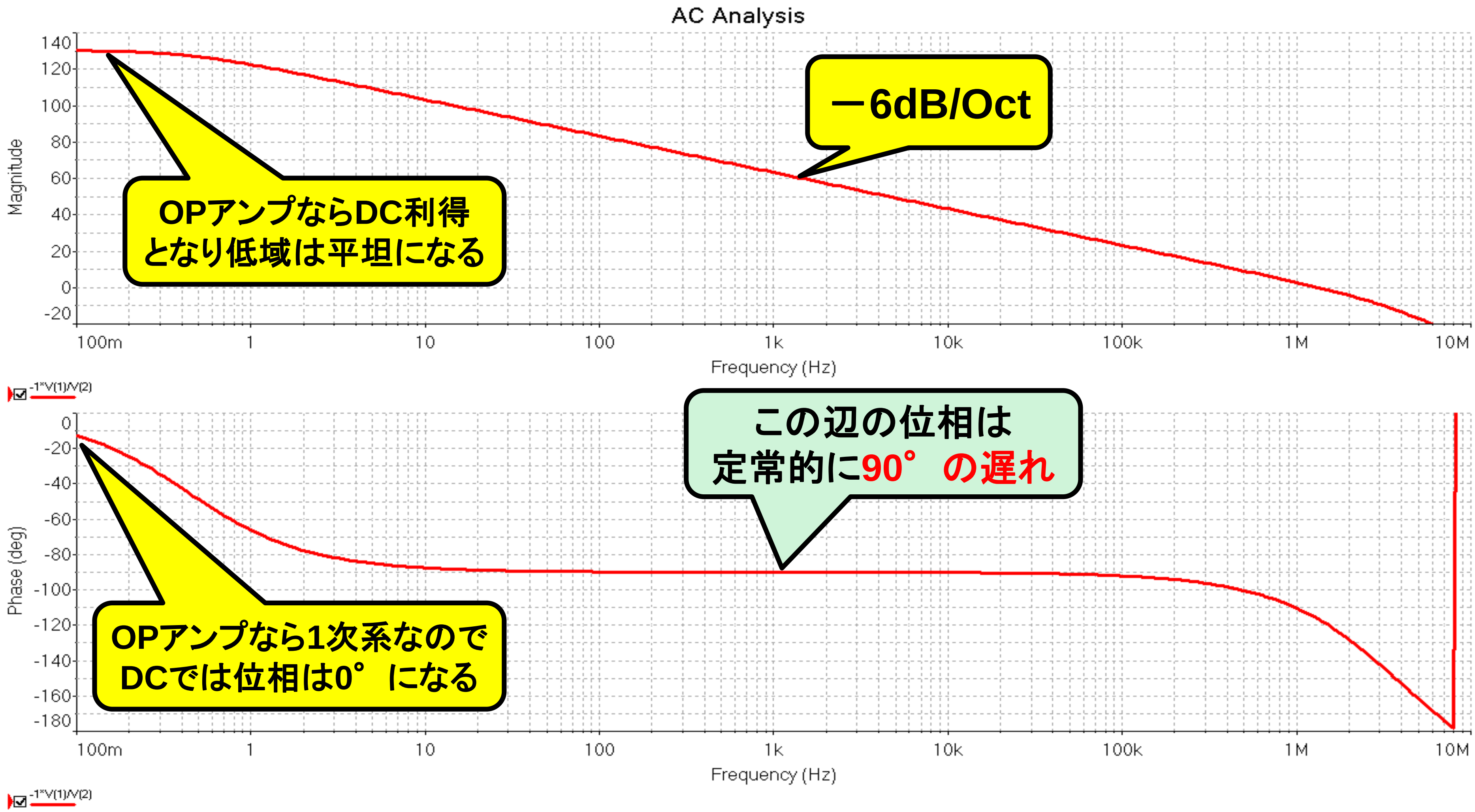


I_{CP} = 4mAから
K_P = 0.004/2π
K_{Vfreq} = 20MHz/Vから
$K_V/j\omega_P$ = 2π･20E6/$j\omega_P$
位相（動作応答特性として
ω_Pという角周波数で考える）
REFin
+
−
位相
PFD/CP
VCO
RFout
位相比較器と
チャージポンプ
（電流出力）
電圧制御発振器
この全体は80,000/$j\omega_P$
というOPアンプだ！
1/N
1/N分周器
FB
R1
9999Ω
VOUT
R2
1Ω
ここではN = 10,000
としてみた
1/N分周器は
1/N = R2/(R1 + R2)
という帰還抵抗だ！

このOPアンプ（モドキ）の「角周波数」ω_p特性



OP2177単体の周波数特性（低域以外はほとんど同じ）



ここまでのまとめと次に続くこと

◆ループ･フィルタ以外は積分回路と等価
- ●OPアンプの単体周波数特性とほとんど同じ！
- ●この部分だけの90°位相遅れ系なら制御系として安定

◆チャージポンプはパルス出力

◆平滑化するためにはLPFが「PLLではどうしても」必要

◆LPFは90°位相がさら遅れる
- ●180°位相遅れ系になり、制御系が不安定になる！！

ANALOG DEVICES

ANALOG DEVICES