ANALOG DEVICES

TNJ-063

アナログ電子回路技術ノート

ブロック線図で考える OP アンプ DC サーボ回路の低域カットオフ周波数（後編）

同じような回路だが非反転構成のほうがだいぶ厄介だ（とタワマンの話題）

著者: 石井 聡

はじめに

前回は OP アンプ DC サーボ回路を考えていくうえで、まず非反転増幅回路のブロック線図からスタートし、反転増幅回路のブロック線図をどう考えるかを示し、それらから反転構成 DC サーボ回路を考え、周波数特性を求めるところまで説明しました。

今回は図 1 の非反転構成 DC サーボ回路（TNJ-062 の図 3 再掲[1]）を考えてみたいと思います。こちらのほうが難易度が高く、検討しがいがあるものなのです。

交流理論やブロック線図モデルは LTI システム

ここまでこの回路設計 Web ラボでも長く示してきた（用いてきた）回路理論、そして前回と今回で示した DC サーボ回路を考えるためのブロック線図も、Linear Time-Invariant System Theory（線形時不変システム理論）という概念を基本として成立しています。Linear Time-Invariant を LTI と表現し、「LTI システム」と呼ばれることが多いです。何気なく使っている回路理論の公式は実はこの LTI がその根底にあるのです。

LTI システムは以下のように定義されています[2]。

【線形性 (linearity)】システムの入力と出力の関係が重ね合わせの特性を持つ。2 信号 A, B が合成された信号の出力応答は、2 信号それぞれが単一に入力に加わり、出力に現れたものを足し合わしたものに等しい。電気回路理論としては重ね合わせの理として、デジタル信号処理ではインパルス列を畳み込みすることとして活用されている。

【時不変性 (time invariance)】システムに入力信号を与えたとき、出力で得られる応答は時間で変化しない（いつでも同じ）

…

私も初めて LTI システムの定義を知ったときは「なるほど！これなんだ！」と思ったものでした。そのようにシステムを定義（限定）することで、解析を見通しよくしている（なっている）のだということに気がつきました。

そののち（と言ってももうだいぶ前ですが）、私の次男が大学院修論の研究で「超高層建築構造物の地震波応答解析」なるものをやっており、それでも自分のオヤジと議論してくれました。どんな議論だったかは記憶がありませんが、「お父さん！地震波が超高層建物に…」「そりゃ、デンキでは LTI って言う概念があって、ある程度解析は簡単だろうけど、超高層建築物は鋼構造が座屈したりするから Linear ではないだろうし、屈曲量で時間応答も変わるから Time-Invariant ではないだろうしね」とか（どういうレベルで研究を設定しているのかも知らずに。まあ解析規模を勘案すると LTI だと思いますが）答えた記憶があります。時間軸応答と周波数軸応答の話などもした記憶もあります。会社の仕事で飲んで帰宅してきた夜に次男から電話がかかってきた…、という「なんとまあ」的な議論のやり取りでした。今、想えば、懐かしいような、こないだのような思いでです。

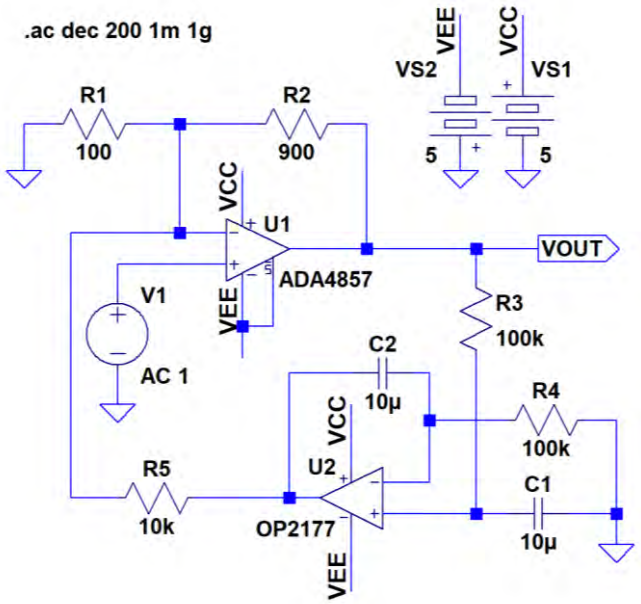

図 1. 非反転構成の DC サーボ回路（前回の TNJ-062 の図 3 再掲）

それから僅かして「超高層マンション」のことを「タワマン」と呼ぶのだと知りました（笑）。

おっとだいぶ脱線してしまいましたが、電気回路を LTI システムとして考えることで、交流回路理論やブロック線図モデルの応用が可能になるというお話でしたね…。

非反転構成だが反転入力かつ加算回路的構成だ

前回解析した反転構成の DC サーボ回路は、ブロック線図として表してみると、反転増幅回路の帰還経路（前回の技術ノートでは「帰還経路 1」としたもの）と積分回路による帰還経路（同じく「帰還経路 2」としたもの）は別の経路でした。

帰還経路 1 は OP アンプの反転入力を中心として動作しており、帰還経路 2 は非反転入力を中心として動作していました。これは帰還経路 2 が極性反転していることにより、その結果「負帰還動作」となっていたからなのでした。

しかし今回は図 1 を見ても分かるように、非反転増幅回路の帰還抵抗による帰還経路と、積分回路による帰還経路がどちらも OP アンプの反転入力端子を中心として動いており、いわゆる「加算回路」的な構成になっています。

「これをブロック線図で表すのはちょっと難易度が高いのでは？」と思わせる回路ではないでしょうか。

アナログ・デバイセズ株式会社は、提供する情報が正確で信頼できるものであることを期していますが、その情報の利用に関して、あるいは利用によって生じる第三者の特許やその他の権利の侵害に関して一切の責任を負いません。また、アナログ・デバイセズ社の特許または特許の権利の使用を明示的または暗示的に許諾するものでもありません。仕様は、予告なく変更される場合があります。本紙記載の商標および登録商標は、それぞれの所有者の財産です。
©2019 Analog Devices, Inc. All rights reserved.

Rev. 0

アナログ・デバイセズ株式会社

本　　社／〒105-6891 東京都港区海岸 1-16-1 ニューピア竹芝サウスタワービル
電話 03（5402）8200

大阪営業所／〒532-0003 大阪府大阪市淀川区宮原 3-5-36 新大阪トラストタワー
電話 06（6350）6868

【今回もまずは準備】加算回路のブロック線図モデルで小手調べ

前回、反転増幅回路のブロック線図を考えて、DC サーボ回路を解析する際の小手調べとしてみました。この検討を応用して、ここでもまずは加算回路のブロック線図を考えてみましょう。

図 2 はここで考える加算回路です。本来の加算回路であれば抵抗R_1の左側は信号源が接続されるものですが、ここは図 1 のR_1の左側の接続と同じようにして、グラウンド接続として簡単化します。

前回の技術ノートと同じように「重ね合わせの理」で考えてみます。まず図 2 の出力電圧を

$$V_O = 0$$

とします。入力電圧をV_S、OP アンプの反転入力端子の電圧（端子間電圧）をV_{i1}とすると、

$$V_{i1} = \frac{R_1//R_2}{R_5 + R_1//R_2} V_S \tag{1}$$

つぎに入力電圧を

$$V_S = 0$$

とします。反転入力端子の（端子間の）電圧V_{i2}は、

$$V_{i2} = \frac{R_1//R_5}{R_2 + R_1//R_5} V_O \tag{2}$$

重ね合わせにより

$$V_i = V_{i1} + V_{i2} = \frac{R_1//R_2}{R_5 + R_1//R_2} V_S + \frac{R_1//R_5}{R_2 + R_1//R_5} V_O \tag{3}$$

OP アンプの開ループ・ゲインをAとすれば

$$V_O = -AV_i \tag{4}$$

となります。これを式(3)に代入すると

$$-\frac{V_O}{A} = \frac{R_1//R_2}{R_5 + R_1//R_2} V_S + \frac{R_1//R_5}{R_2 + R_1//R_5} V_O \tag{5}$$

移項して

$$-\left(\frac{1}{A} + \frac{R_1//R_5}{R_2 + R_1//R_5}\right) V_O = \frac{R_1//R_2}{R_5 + R_1//R_2} V_S \tag{6}$$

ここで帰還率βを前回の TNJ-062 の式(2)のβに相当するものとして

$$\beta = \frac{R_1//R_5}{R_2 + R_1//R_5} \tag{7}$$

とすれば（これはこの回路のノイズ・ゲインの逆数でもあるわけですが）、

$$-\left(\frac{1}{A} + \beta\right) V_O = \frac{R_1//R_2}{R_5 + R_1//R_2} V_S \tag{8}$$

これから入出力間の伝達関数Hは

$$H = \frac{V_O}{V_S} = -\frac{R_1//R_2}{R_5 + R_1//R_2}\left(\frac{A}{1 + A\beta}\right) \tag{9}$$

と計算でき、これは図 4 のように非反転増幅回路のブロックの前に、①グラウンドにシャントされたR_1, R_2の並列接続があり、②ここにR_5が入力抵抗として接続され、③それらで形成される分圧回路の出力が極性反転され、④非反転増幅回路に加わる、として加算回路はモデル化できることが分かります。

帰還積分回路のうごきを考える

つづいていよいよ本題である、図 1 の U2 と周辺の RC で形成される帰還回路の動作について考えてみましょう。

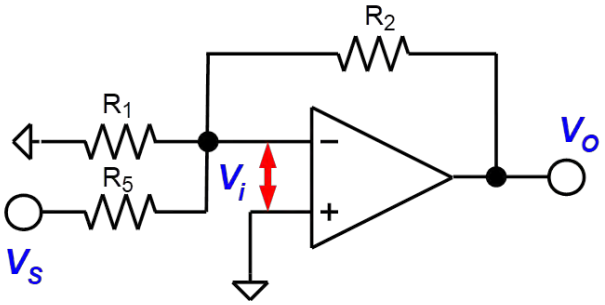

図 2. 加算回路（R_1の左側はグラウンド接続にしてある）

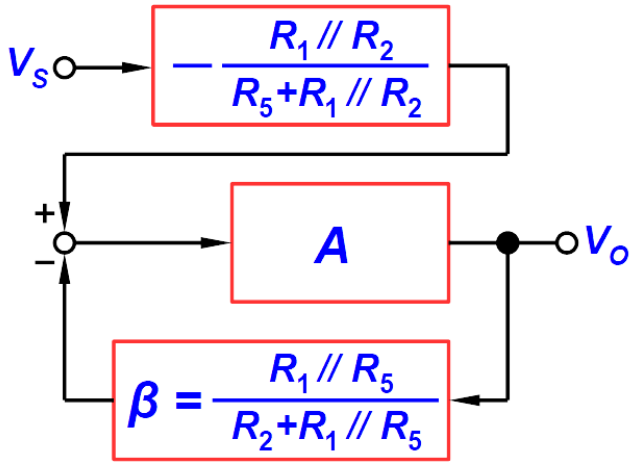

図 3. 加算回路をブロック線図で表してみる

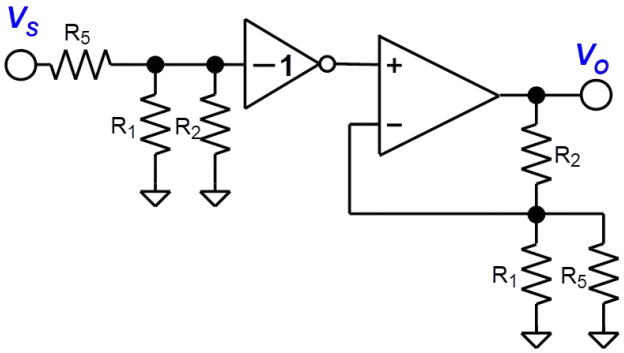

図 4. 図 3 のブロック線図を回路図的に表してみる

ちょっと見るとこの回路は難しそうに思われる回路です。しかし実はなんということはなく、TNJ-035 で重ね合わせの理の応用（重ね合わせの理の応用範囲が広いことを示すものですね）として紹介した「ディファレンス・アンプ」が基本となっているのです。図 5 にディファレンス・アンプを示します。

この回路の信号増幅は

$$V_O = \frac{R_2}{R_1}(V_{+IN} - V_{-IN}) + V_{REF} \tag{10}$$

として形成されます。非反転端子に接続される 2 個の抵抗と、反転端子に接続される 2 個の抵抗ごとはそれぞれ定数が等しいことが条件です。$V_{-IN} = 0, V_{REF} = 0$とすれば、

$$V_O = \frac{R_2}{R_1} V_S \tag{11}$$

となります。図 5 の各素子に図 1 の素子（部品番号）を振り当ててみると、図中の赤（⇒の右側）のようになり、ここで$R_3 = R_4$かつ$C_1 = C_2$とすると上記の式(11)から

$$V_O = \frac{\frac{1}{j2\pi f C_1}}{R_3} V_S = \frac{1}{j2\pi f C_1 R_3} V_S = \frac{1}{sC_1R_3} V_S \qquad (12)$$

として「非反転構成」の積分回路が形成されることになります（sはラプラス演算子）。

これで非反転構成 DC サーボ回路のブロック線図が描けるぞ

これで非反転構成 DC サーボ回路のブロック線図が描けることになりました。これを図 6 に示します。入力信号V_Sは同図中の位置から注入されることになりますが、これはTNJ-062の図5で説明してきた、非反転増幅回路をブロック線図でどう表すかが理解できれば腹落ち感があるかと思います。

さて図 1 での U2 による帰還信号は反転入力端子に帰還されているため（図 3 にも示したように）、ブロック線図としては極性が反転しています。U2 の回路自体で極性は反転しませんが、U1 の反転増幅によりマイナスの符号がついているイメージです。これらにより図 6 は図 7 のように書き換えることができます。U1 の帰還抵抗部分と U2 の積分回路部分が並列に接続され、負帰還系が構成されるイメージです。

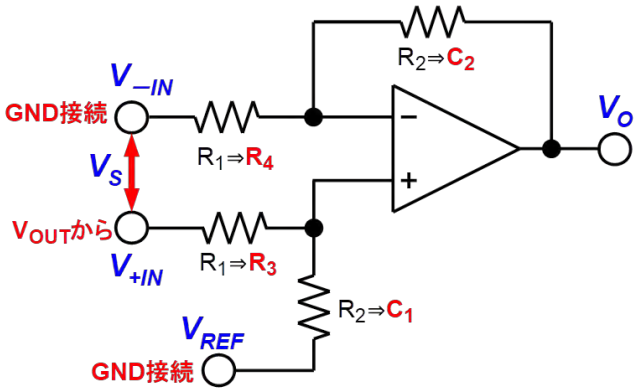

図 5. 図 1 の帰還経路 U2 はディファレンス・アンプ

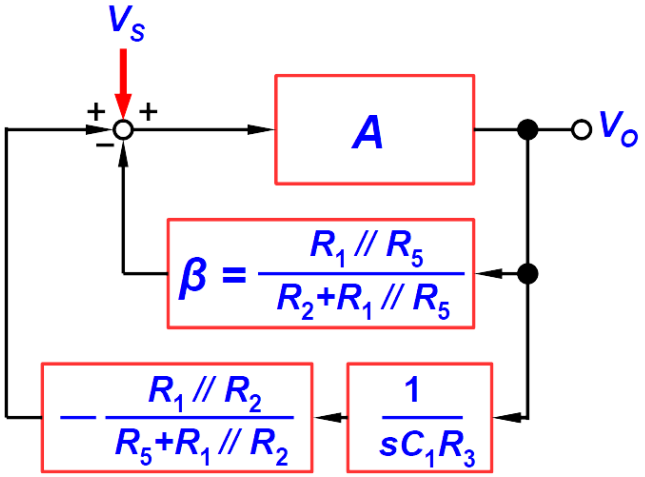

図 6. 図 1 のブロック線図

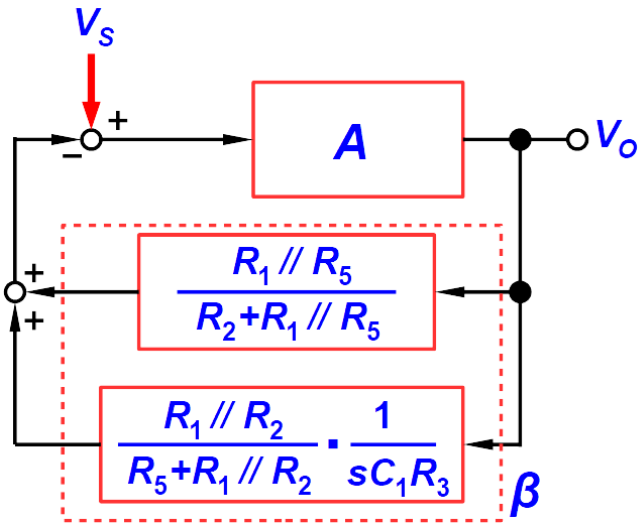

図 7. 図 6 のブロック線図をさらに書き直す

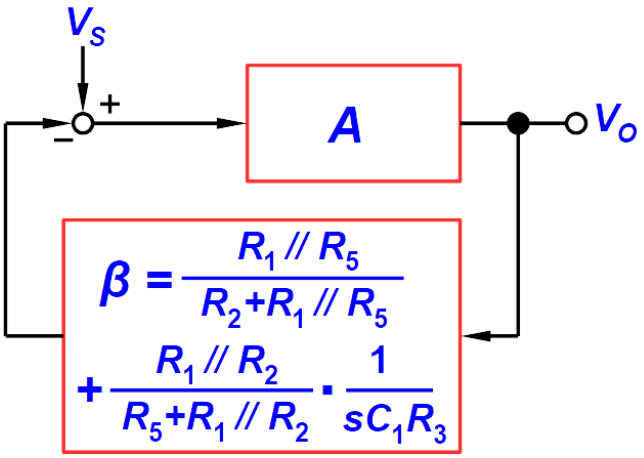

図 8. 図 7 のブロック線図をさらに書き直す

図 7 中にも赤枠で示しましたが、これらがこの非反転 DC サーボ回路の全体の帰還経路

$$\beta = \frac{R_1//R_5}{R_2 + R_1//R_5} + \frac{R_1//R_2}{R_5 + R_1//R_2} \cdot \frac{1}{sC_1R_3} \qquad (13)$$

として表されることになります（ただし$R_3 = R_4$かつ$C_1 = C_2$としています）。これをあらためて書き直したものを図 8 に示します。

非反転構成の DC サーボ回路の伝達関数を考える

伝達関数を計算してみる

そうすると TNJ-062 の式(2)から

$$H(s) = \frac{A}{1 + A\left(\frac{R_1//R_5}{R_2 + R_1//R_5} + \frac{R_1//R_2}{R_5 + R_1//R_2} \cdot \frac{1}{sC_1R_3}\right)} \qquad (14)$$

Aは OP アンプの開ループ・ゲインですが、低域の周波数のみしか考えないので、定数かつ大きい値として$A = \infty$とすると、$H(s)$は

$$H(s) = \frac{1}{\frac{R_1//R_5}{R_2 + R_1//R_5} + \frac{R_1//R_2}{R_5 + R_1//R_2} \cdot \frac{1}{sC_1R_3}} \qquad (15)$$

となります。−3dB の低域カットオフ周波数は

$$\frac{R_1//R_5}{R_2+R_1//R_5}=\frac{R_1//R_2}{R_5+R_1//R_2}\cdot\frac{1}{sC_1R_3}$$

から

$$s=\frac{R_2+R_1//R_5}{R_1//R_5}\cdot\frac{R_1//R_2}{R_5+R_1//R_2}\cdot\frac{1}{C_1R_3} \quad (17)$$

と計算でき、$s=j2\pi f$から

$$f_{Low-3dB}=\frac{R_2+R_1//R_5}{R_1//R_5}\cdot\frac{R_1//R_2}{R_5+R_1//R_2}\cdot\frac{1}{2\pi C_1R_3} \quad (18)$$

として計算できます。このように反転構成の DC サーボ回路と同様な流れで計算することはできましたが、この非反転構成の場合は式が複雑になっていることも分かりました。

ここで$s=j2\pi f$が大きくなると（周波数が高くなると）、式(18)の分母の第 1 項が残り

$$H(s)=\frac{R_2+R_1//R_5}{R_1//R_5} \quad (19)$$

に収束して、図 1 の信号源V_1からすれば常識的な非反転回路としての増幅率で決定することも分かります。

ところで、式(18)をもう少しがんばって整理してみましょう。計算過程の詳細は割愛しますが、

$$\frac{R_2+R_1//R_5}{R_1//R_5}=\frac{R_1R_2+R_2R_5+R_1R_5}{R_1R_5}$$

また

$$\frac{R_1//R_2}{R_5+R_1//R_2}=\frac{R_1R_2}{R_1R_2+R_2R_5+R_1R_5}$$

となります。そうすれば式(18)は

$$f_{Low-3dB}=\frac{R_2}{R_5}\cdot\frac{1}{2\pi C_1R_3} \quad (20)$$

となり、今度はなんととても簡単な式として、−3dB 低域カットオフ周波数を計算できることが分かりました！「式が複雑だな」と思っても、最終的に得られる答えはとても簡単な式になったのです（繰り返しますが$R_3=R_4$かつ$C_1=C_2$という条件です）。

周波数特性をシミュレーションしてみる (16)

図 1 はここまで検討してきた、非反転構成の DC サーボ回路の LTspice でのシミュレーション回路図です。ここまでの、「LTspice のシミュレーション回路を提示 ⇒ ブロック線図の設定 ⇒ 伝達関数の導出 ⇒ シミュレーションで検証」という、この技術ノートのストーリーの流れは、前回の TNJ-062 とほとんど同じですね。それでは TNJ-062 での反転構成の DC サーボ回路で見てきたように、この非反転構成でも、ここまでの計算が正しいかどうか、シミュレーションしてみましょう。

シミュレーションする定数は図 1 のままでまずやってみます。この定数から式(20)で計算した−3dB 低域カットオフ周波数は$f_{Low-3dB}=0.0143$ Hzになります。

図 9 はシミュレーション結果で、−3dB 低域カットオフ周波数のところにマーカを置いてあります。図 10 のように 0.0143 Hz になっています。ここまでの検討が正しいことが分かりました。

詳細は示しませんが、つづけてシミュレーションで確認してみると、R_2を 2 倍にすれば−3dB 低域カットオフ周波数が 2 倍に、R_5を 2 倍にすれば 1/2 になることも確認できました。またR_1を変えても影響がないことも確認できました。

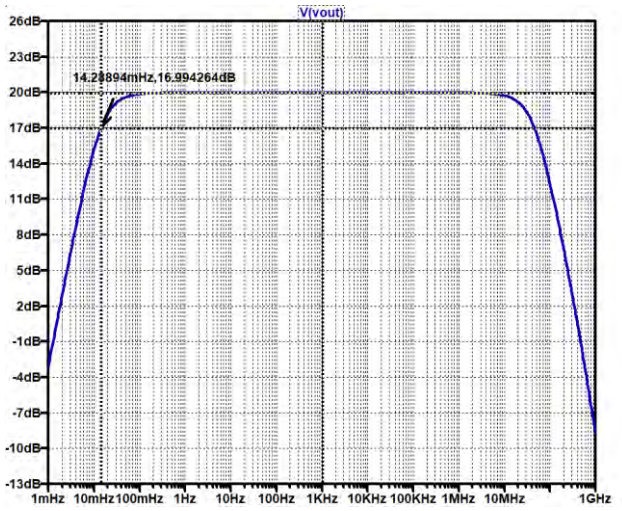

図 9. 非反転構成の DC サーボ回路（図 1）の周波数特性をシミュレーションしてみる

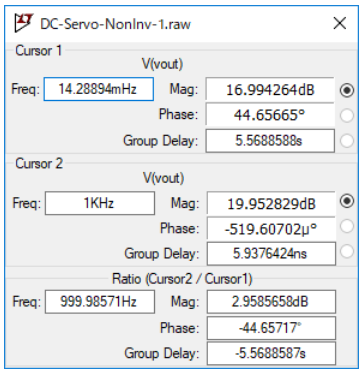

図 10. 図 9 のシミュレーション結果のマーカ・リードアウト

まとめ

2 回の技術ノートにわたって説明してまいりました DC サーボ回路。いつも同様、答えが無いままに執筆を始めるために「本当に答えが出るのだろうか」とたちこめる黒雲のような不安が先立っていましたが、解析を進めてみると「なるほどねぇ」と思える発見があるものです。それこそ全ては LTI システムとして考えていくことで答えが出るわけですね。

「一緒に学ぼう！回路設計 WEB ラボ」は、そのタイトルにたがわず、筆者の私も読者の皆様と一緒に学んでいくものなのでありました…。

（オマケ）タワマン！タワマン！タワー・マンションズ！

先に LTI システムから横道にそれた超高層建築物の地震波応答の話から、「超高層マンション」のことを「タワマン」と呼ぶと知ったというお話をしました。以降に写真を何枚かご紹介しますが、タワマン（タワー・マンション）がそれこそ「雨後の筍（たけのこ）」のように建っている（それがいまだに現在進行形なのが恐ろしい…。マーケットは枯渇しないのか？とも思いますが）武蔵小杉駅周辺（神奈川県川崎市中原区）の写真を図 11 から図 15 にご紹介しましょう（笑）。なお私は生まれたときから現在も千葉県在住人です。諸般の事情により、小杉界隈に詳しくなってきたのでありました…。

これらのタワマン（それも物件価格の超高い当該地区の）を見上げると、「人生とは」と、切り立った渓谷より深く、そして青く晴れ渡る碧天より高く、また長く続く九十九里浜（千葉県の東岸です。99 里の長さは無いそうで）の海岸線より遠く、いろいろな想いを巡らす小市民でありました…。巡らしてもナンの解も得られませんし、買うつもりも、買えるはずもありませんが…。

図 11（上）. JR 武蔵小杉駅横須賀線新南口より撮影（左奥からザ・コスギタワー、リエトコート武蔵小杉イーストタワー（手前）、リエトコート武蔵小杉ザ・クラッシィタワー。多数のタワマンで恐ろしくて近づけない（汗）。ザ・クラッシィタワーには知り合いが 3 人、2 家族住んでいる…（A 君と I 君夫妻）。そのうち A 君とは偶然、何年ぶりか、東急スクエア 1F のリトルマーメイド前でばったり！）

図 12（右上）. JR 武蔵小杉駅北口南武線出口先の小杉町交差点より撮影（左からパークシティ武蔵小杉ザ・ガーデンタワーズイースト、同ウエスト。最近できたタワマン。1F の駐車場からは驚異的な高級車が出入りしていることがある…）

図 13（右下）. 綱島街道中原消防署前交差点より綱島街道南行き方向を撮影（道路右はショッピング・コンプレックスのグランツリー武蔵小杉、裏手はシティタワー武蔵小杉。黒系の外壁の建築物で恐ろしい高級感が…。1F にはホテルかオフィス・ビルのようなレセプション／ロビーがあるようだ…）

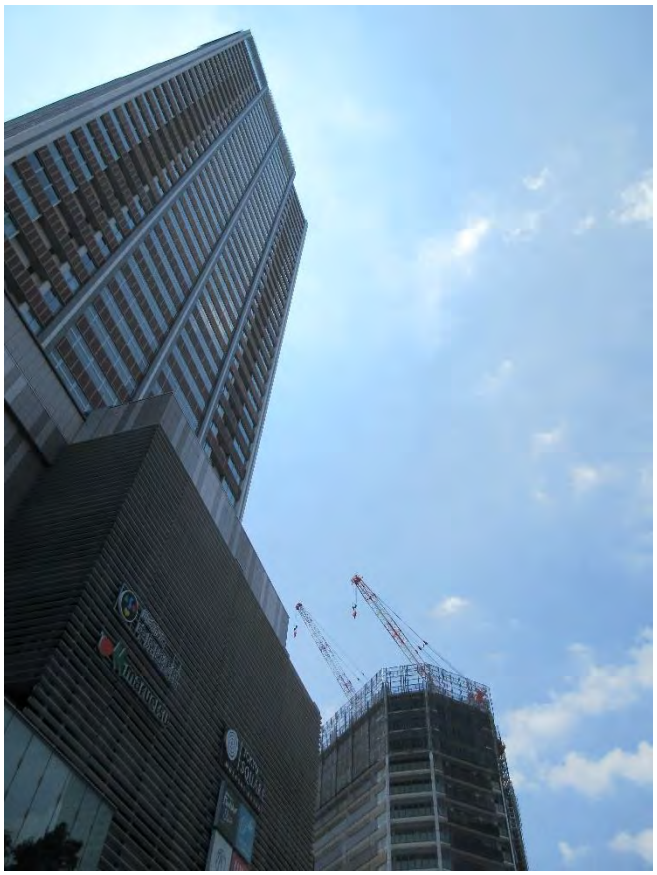

図 14. 東急東横線武蔵小杉駅中央口 3 東急スクエア出口先（JR 連絡口階段下）より撮影（左はエクラスタワー武蔵小杉。朝には運転手つき黒塗り超高級外車が玄関に停まっていることがある…。後方は 2019 年夏時点で建築中の Kosugi 3rd Avenue The Residence）

図 15. 図 13 のパークシティ武蔵小杉ザ・ガーデンタワーズイースト（左）、同ウエスト（右）を北側（裏側）の大西学園東南角交差点から撮影。太陽の映り込み方を洒落てみた

参考文献

[1] 遠坂 俊昭; 計測のためのアナログ回路設計, CQ 出版社

[2] LTI システム理論, Wikipedia, https://ja.wikipedia.org/wiki/LTI システム理論