ANALOG DEVICES

TNJ-051

アナログ電子回路技術ノート

LTspice でアクティブ・フィルタのノイズ解析（後編）

高次アクティブ・フィルタを実現するため Q 値の異なる複数の 2 次アクティブ・フィルタを どの順番でカスケード（従属）に接続していけばよいか

著者: 石井 聡

はじめに

これまでのふたつ技術ノートでは、LTspice を使って「アクティブ Low Pass Filter（LPF）」のノイズ特性について、その基本的な考え方や特性自体の検討をしてみました。

今回の技術ノートでは、ロー・ノイズな高次アクティブ・フィルタを実現するため、複数の OP アンプのアクティブ・フィルタ回路をカスケード（従属）に接続していくときに、Q値の異なる OP アンプ 2 次 LPF 回路を**どの順番で接続していけばよいか**を考えていきます。

これはひとつ前の技術ノートのように、Q値が大きくなってくると、信号ゲインのピークよりも、ノイズ・ゲインのピークのほうが上昇率が高くなることに注意が必要だからです。

高次フィルタを実現するため 2 次アクティブ・フィルタをカスケード（従属）接続する

高次アクティブ・フィルタ（切れのいい、という意味）では、Q値の異なる 2 次 LPF 回路をカスケード（従属）に接続していき、多段フィルタとして目的の特性を実現します。

表 1 は 6 次のバタワース型 LPF の設計パラメータです。この値は参考文献[1]の数表から抜粋しました（別の技術ノートで実際に、このパラメータのなりたちまで説明したいなとは思っておりますが…）。このフィルタのノイズ特性を最適にするために、OP アンプをどの順番で並べていけばよいかを考えてみます。

ロー・ノイズ回路の定石は通用するのか

図 1 のように、複数のゲイン段をカスケード（従属）に接続すると、各段で発生するノイズがそれぞれ RSS（Root Sum Square; 自乗和平方根）で合成され、出力に現れます。

またこの技術ノートの後半で「ネタの落としどころ」として示しますが、ゲイン段を多段で構成すると、前段の増幅段のゲインで信号レベルが増大するため、以降の後段で発生するノイズは相対的に（見かけ上）低くなります。そのため前段**（とくに初段）をロー・ノイズな回路で設計する**ことが定石となっています。

表 1. 6 次バタワース型 LPF（カットオフ周波数 1kHz）の設計パラメータ（参考文献[1]の数表を使用）

OP アンプ番号	ω_0 [rad/sec]	Q値
# 1	2π×1kHz	1.93
# 2	2π×1kHz	0.707
# 3	2π×1kHz	0.518

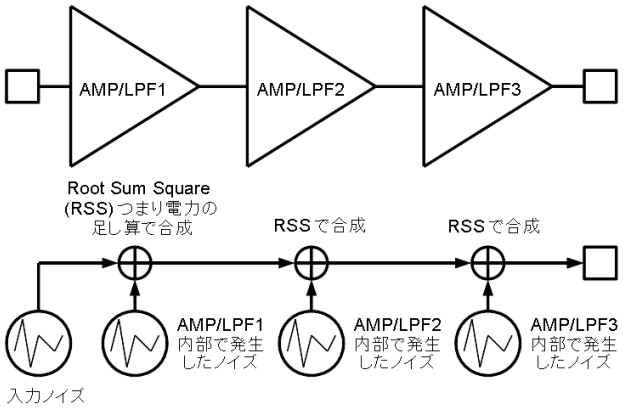


図 1. 多段で構成されたアクティブ LPF は各段で発生するノイズがそれぞれ RSS で足し算される（$A = +1$の場合）

そこでこの定石が高次アクティブ・フィルタでどのようになるか（同じく適用できるはずですが…。しかしこれがなかなか…）検討してみましょう。

Q値の異なるサレン・キー型 2 次アクティブ LPF（以降、「サレン・キー型 LPF」とします）おのおののゲインを$A = 1$としたとき、$A = 2$としたとき、そしてそれぞれカスケード（従属）に並べる順番を変えたとき、出力ノイズ特性がどう変わるかを LTspice によるシミュレーションで確認してみます。OP アンプはロー・ノイズな LT1128 を使います。

$A = 1$のサレン・キー型 LPF で構成された高次アクティブ・フィルタの出力 rms ノイズをシミュレーションで得てみる

LT1128 を使った 3 段のサレン・キー型 LPF を用いて、表 1 の 6 次のバタワース型 LPF の設計パラメータで、ゲイン$A = 1$で設計した回路を図 2 に示します。この表 1、図 2 は（この技術ノートのゴールとして、並べる順番を考えることが理由ですが）、**Q値の大きいものから小さいものへと** 3 段のカスケード接続にしてあります。

この回路は AC シミュレーション用のものです。AC シミュレーションによるフィルタ特性を図 3 に示します。キレイなフィルタ形状になっています。バタワース型フィルタの特徴は、このように通過域の特性がフラットになります。また 50kHz 付近で跳ね返りが見えますが、その理由などは、この技術ノートの後半で説明します。

この 6 次バタワース型 LPF 回路でノイズ・シミュレーションしたものを図 4 に示します。ノイズ密度スペクトルのレベルが低いため、1E-10 V/√Hz～1E-6 V/√Hz のレンジで表示してあります。前回の技術ノートの図 14（ノイズ密度スペクトル）の「$Q = 4$の 2 次サレン・キーLPF」と異なった縦軸のレンジとな

アナログ・デバイセズ株式会社は、提供する情報が正確で信頼できるものであることを期していますが、その情報の利用に関して、あるいは利用によって生じる第三者の特許やその他の権利の侵害に関して一切の責任を負いません。また、アナログ・デバイセズ社の特許または特許の権利の使用を明示的または暗示的に許諾するものでもありません。仕様は、予告なく変更される場合があります。本紙記載の商標および登録商標は、それぞれの所有者の財産です。
©2019 Analog Devices, Inc. All rights reserved.

Rev. 0

アナログ・デバイセズ株式会社

本　　社／〒105-6891　東京都港区海岸 1-16-1　ニューピア竹芝サウスタワービル
電話 03（5402）8200
大阪営業所／〒532-0003　大阪府大阪市淀川区宮原 3-5-36　新大阪トラストタワー
電話 06（6350）6868

っています。その図 14 も、この技術ノートで図 5 として再掲しましたが、図 5 でもレンジを 1E-10 V/√Hz～1E-6 V/√Hz に変更してあります。

前回の技術ノートの図 13 や図 14 では$Q = 4$でしたが、ここでは最大で$Q = 1.93$（初段）になっているため、ノイズ・ゲインも低くなります。その結果、6 次の高次 LPF ですが、出力のノイズ密度スペクトルが低減しています。そのため縦軸のレンジを修正しているのでした。

つづいて全ノイズ電圧実効値（rms 値）を得るため、CTRL を押しながらグラフ領域の V(onoise)のラベルを左クリックしてみます。図 6 のように 2.02 μ Vrms という答えが得られました…。これがベスト・パフォーマンスなのでしょうか…。

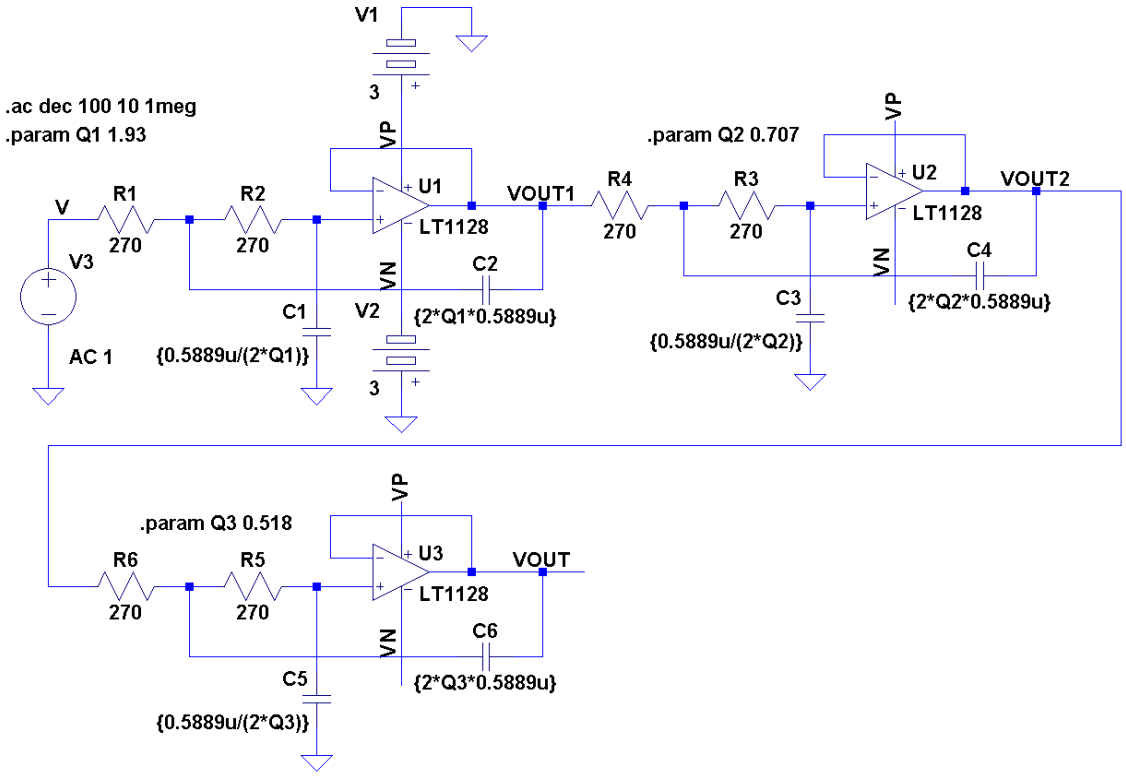


図 2. 3 段の LT1128 サレン・キー型 LPF を用いた 6 次バタワース型 LPF

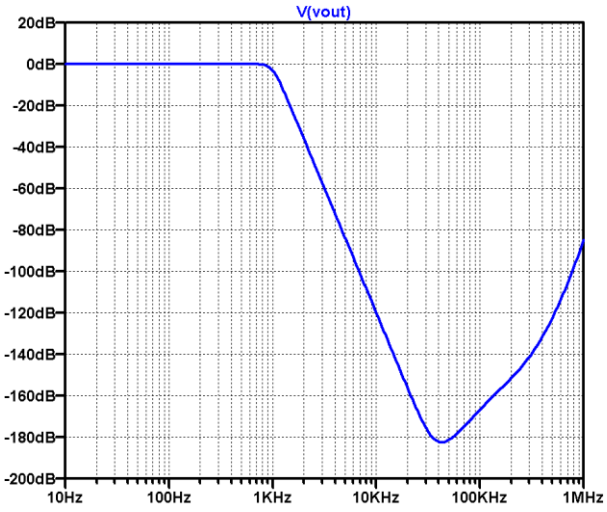


図 3. 図 2 の 6 次バタワース型 LPF のフィルタ特性

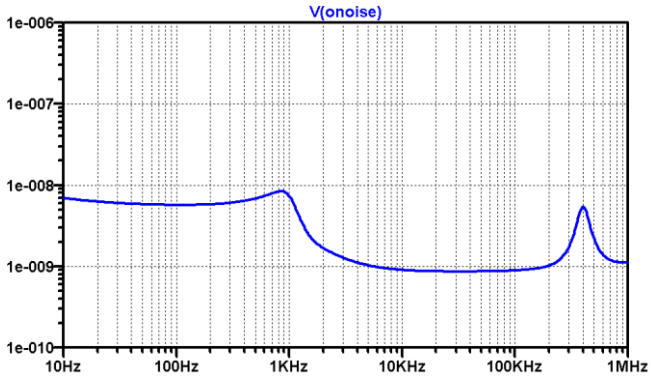


図 4. 図 2 の回路のノイズ・シミュレーション結果
（縦軸のレンジは 1E-10 から 1E-6 の範囲とした）

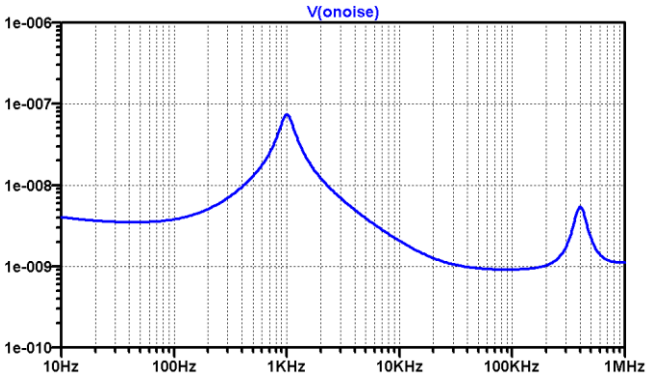


図 5.〔参考〕前回の技術ノート図 14 再掲。同技術ノート図 13（サレン・キー型 LPF で抵抗を 270Ω に低減し、コンデンサ 3.7 倍にした。なおQ = 4 の条件）のノイズ密度スペクトル（縦軸のレンジは 1E-10 から 1E-6 の範囲とした）

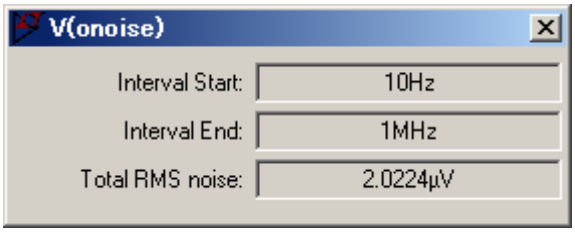


図 6. 図 4 の結果から全ノイズ電圧実効値（rms 値）を得た

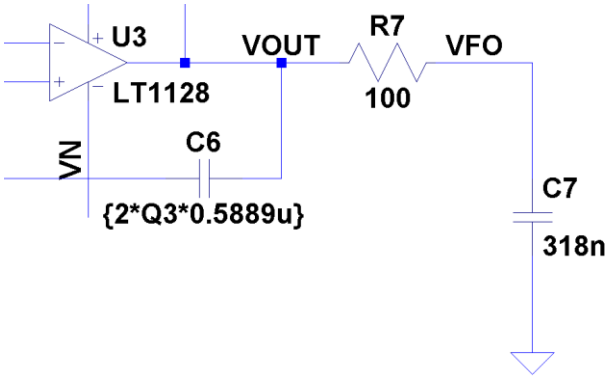


図 7. 図 2 の出力にカットオフが 5kHz になるポスト・フィルタを接続した

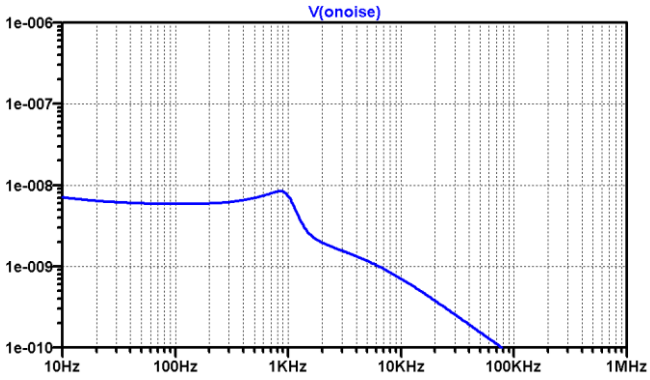


図 8. 図 7 のポスト・フィルタを接続した回路出力のノイズ・シミュレーション結果

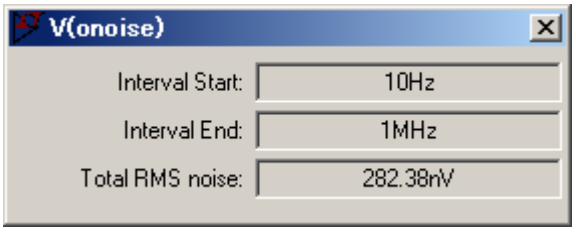
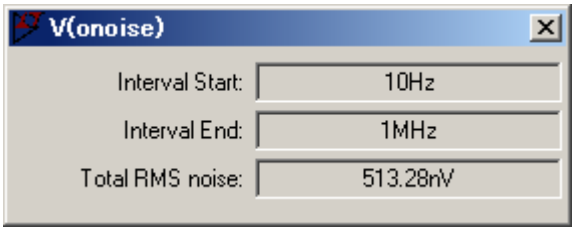
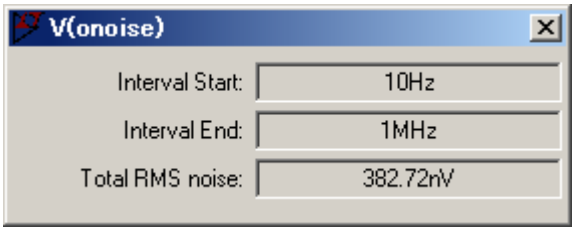


図 9. 図 8 の結果から全ノイズ電圧実効値（rms 値）を得た。全ノイズ電圧実効値が 2.02µVrms から 0.28 µVrms に改善している



(a) 初段出力の全ノイズ電圧実効値（rms 値）



(b) 2 段目出力の全ノイズ電圧実効値（rms 値）

図 10. 図 2 の初段と 2 段目出力の全ノイズ電圧実効値（rms 値）を得た（図 7 のポスト・フィルタを経由）

得られたノイズ特性は最適なのか（まずはA = +1のケース）

まずは高域に出ているノイズの盛り上がりを除去する

ここでもひとつ前の技術ノートで示したような、400kHz をピークとするノイズの盛り上がりが観測されています。そこで図 7 のように、図 2 の回路出力にカットオフ周波数 5kHz のポスト・フィルタを接続してみます。

この条件でシミュレーションしてみた結果を図 8 に示します。ポスト・フィルタの接続により高域のノイズが低下しており、それにより図 9 のように、全ノイズ電圧実効値が 2.02 μ Vrms から 0.28 μ Vrms に、なんと 17dB も改善しています。

各段の影響度を調べてみる

あらためて問いかけます。ここで得られたノイズ性能がベスト・パフォーマンスなのでしょうか…。それを確認するために、初段と 2 段目のサレン・キー型 LPF 出力の全ノイズ電圧実効値（rms 値）もそれぞれ求めてみましょう。なお前回の技術ノートの図 13 や図 14 では、Q = 4でQ値が高い設定だったわけですが、ここでは初段はQ = 1.93なので、この違いも少し出てきます。

この結果を図 10 に示します。初段出力が 513.28nV〔同図(a)〕、2 段目の出力が 382.72 nV〔同図(b)〕です。回路全体の出

力は図 9 のように 282.38nV でしたから、なんと…、初段のサレン・キー型 LPF の rms ノイズが一番大きく、後段にいくにしたがい減っています。これは、**Q値の大きいものから小さいものへと** 3 段のカスケード接続にしたため、初段での全ノイズ電圧実効値が大きく、その 1kHz 付近でのノイズ・ピークの盛り上がりが、後段のサレン・キー型 LPF でフィルタリングされるからなのですね…。

サレン・キー型 LPF のQ値の順番を逆順にしてみると「Q値の大きいものから並べたほうが出力ノイズが低い」ことが分かった…

そうすると「では接続の順番を逆順にするとどうなるか？」というギモンが当然でてくるわけです。そこで図 2 の回路でQ値ごとの並べる順番を降順（Q値の大きい順）、昇順（Q値の小さい順）にして、各段の全ノイズ電圧実効値を得た結果を表 2 に示します。「降順（Q値の大きい順）」の方は図 9、図 10 で示したもの、「昇順（Q値の小さい順）」はあらためてシミュレーションしてみたものです。

この結果を見ると、「**Q値の大きいものから小さいもの**」へと並べたほうが、出力ノイズが低いことが分かります…。これは各段のサレン・キー型 LPF が$A = +1$であること、各段のノイズ・ピークがその後段のサレン・キー型 LPF でフィルタされることが理由といえるでしょう。

図 1 の考え方からすると、この回路は$A = +1$なので、各段のノイズはそのまま出力ノイズに RSS (Root Sum Square)の足し算として現れることになりますが、各段のノイズは、その後段のサレン・キー型 LPF でフィルタされて低減しているわけです。

なお、この検討結果はバタワース型 LPF を例として示しました。高次バタワース型アクティブ・フィルタは、2 次アクティブ LPF をカスケード（従属）に接続する場合、それぞれの 2 次アクティブ LPF のパラメータω_0はすべて等しくなります。そのため「**Q値の大きいものから小さいもの**」という結果になったとも考えられます。

しかしチェビシェフ型フィルタなどはω_0が 2 次アクティブ LPF の段ごとで異なります。そのため異なる結果になる可能もありますので、注意してください。

とはいえ LTspice を使えば、きちんと特性検討をすることができるわけですね…。

表 2. 6 次バタワース型 LPF（$A = +1$）でQ値の順を並べ替えて各段ごとの全ノイズ電圧実効値を得た
（ノイズ電圧表記は実効値）

OP アンプ番号	Q値の大きい順（降順）	Q値の小さい順（昇順）
# 1（初段）	513.28nV	177.68nV
# 2（2 段目）	382.72nV	221.1nV
# 3（出力）	**282.38nV**	**558.07nV**

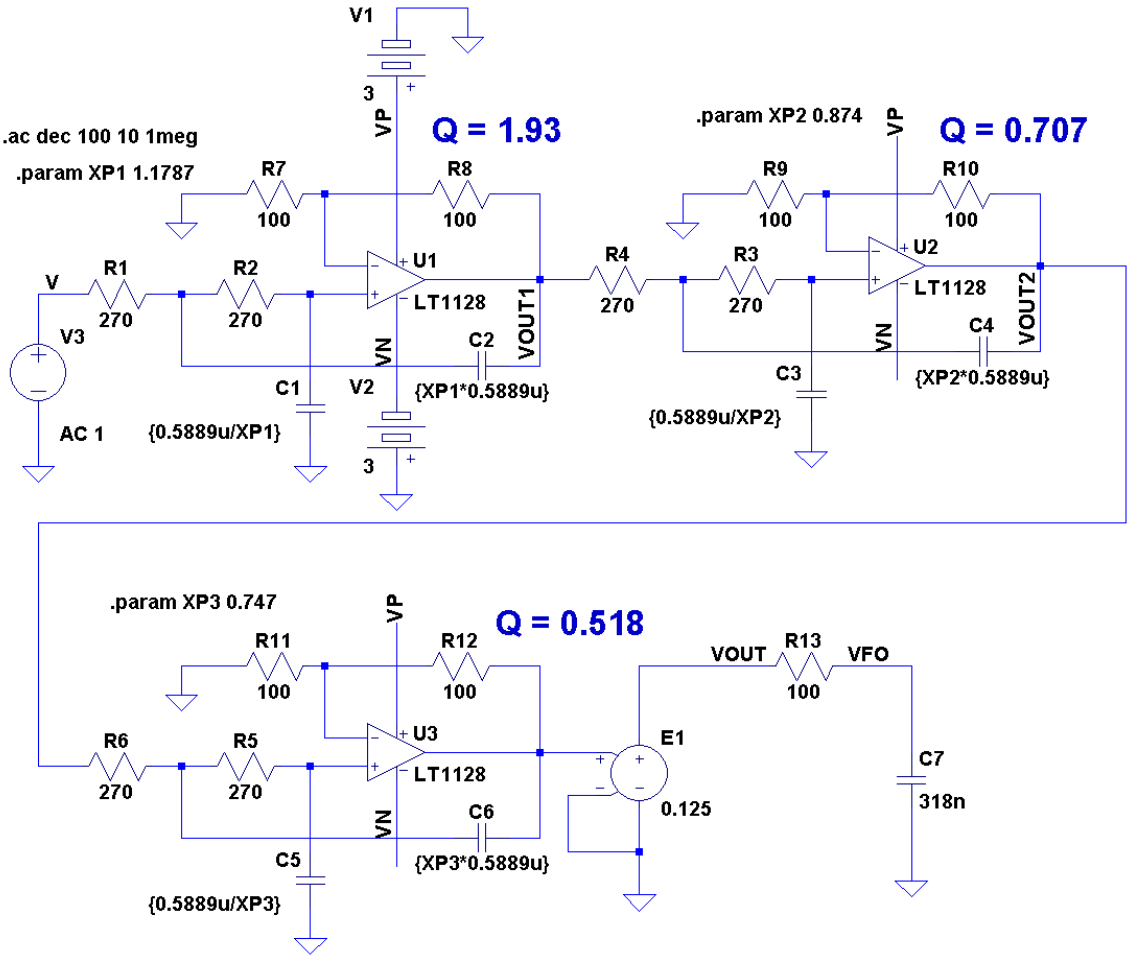


図 11. 6 次バタワース型 LPF を$A = +2$のサレン・キー型 LPF 3 段で構成した

得られたノイズ特性は最適なのか（つづいて$A=+2$のケースで考える）

$A=+1$のサレン・キー型 LPF で、高次バタワース型アクティブ・フィルタを実現するときは、「**Q値の大きいものから小さいもの**」と並べたほうがロー・ノイズに実現できることがわかりました。それではサレン・キー型 LPF 各段にゲインを持たせたケースではどうなるでしょうか。ここでは$A=+2$のケースで考えたいと思います（参考文献[2]）。

図 11 は LT1128 で作った 6 次バタワース型 LPF です（各段は$A=+2$）。設計パラメータは表 2 と同じで、Q値の大きいものから並べてあります。この回路図は AC シミュレーション用の回路で、図 7 のポスト・フィルタも接続されています。またゲインを 0dB に正規化するため Voltage Controlled Voltage Source（VCVS）で 0.125（1/8）倍にスケーリングしてあります。

図 11 の周波数特性のシミュレーション結果を図 12 に示します。通過帯域がきちんと平坦になっており、バタワース型としての定数設計が正しいことが分かります。

ところで$A=+2$であれば、LT1128 でなく LT1028 を使うこともできます（LT1028 はノイズ・ゲイン 2 以上で安定なため）。

それぞれのサレン・キー型 LPF を$A=2$としたときの出力 RMS ノイズをシミュレーションで得てみる

つづいてこの回路をノイズ・シミュレーションしてみましょう。シミュレーション結果を図 13 に示します。全ノイズ電圧実効値（rms 値）も図 14 に示します。

なんと！表 2 のQ値の大きいものから並べていったケースよりロー・ノイズな回路になっていますね！。VCVS モデルで 0.125 倍になっているので、回路全体のゲインが 0dB に正規化されています。そのため得られたノイズ量は入力換算量に相当し、図 2 の回路と同じ土俵で比較することができるわけです。

ロー・ノイズになっているのは、ゲイン段を多段で構成すると、前段の増幅段のゲインで信号レベルが増大するため、その後段で発生するノイズは相対的に（見かけ上）低くなることがしくみです。2 段目以降の影響度が低減しているわけです。

だいぶノイズ特性が良好になってきました。しかしここまでは$A=+1$のケースで良好だった結果に合わせて、Q値の大きいものから並べてありました。$A=+2$のケースでも、Q値の大きいものから並べたほうが高性能なのでしょうか…。

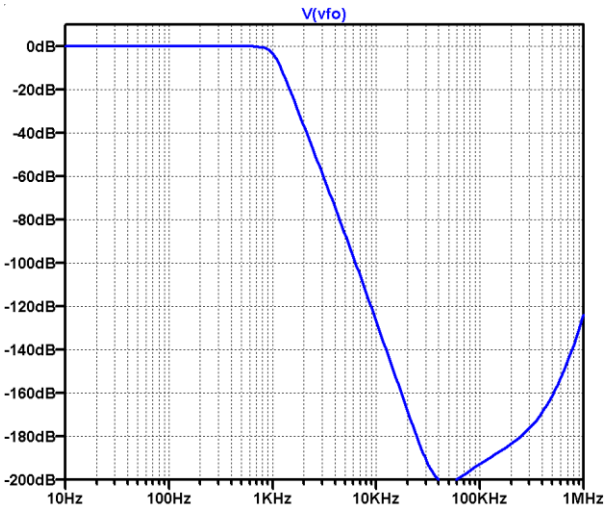


図 12. 図 11 の 6 次バタワース型 LPF の周波数特性

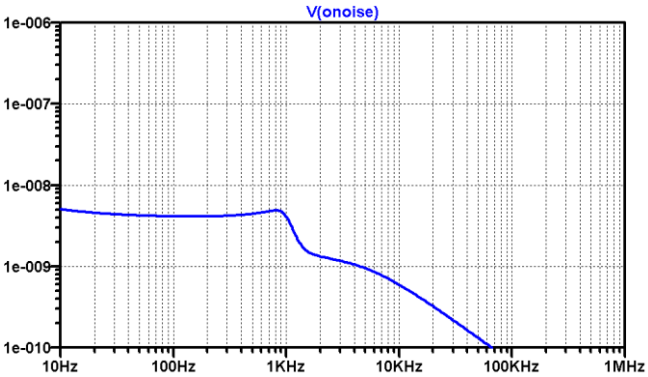


図 13. 図 11 の 6 次バタワース型 LPF 出力のノイズ・シミュレーション結果

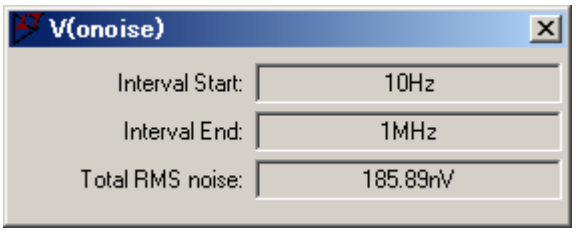


図 14. 図 11 の出力全ノイズ電圧実効値（rms 値）を得た（図 7 のポスト・フィルタを経由）

ううむ…、なかなか思い通りの展開にいかないぞ（汗）

私の思い描いていたこの回路ノートのストーリー展開として、図 15 のようなものがありました…。

多段アンプのノイズ特性は初段アンプの特性が支配的になる

これまで示してきたように、カスケードに多段で構成されたゲイン段では、前段の増幅段のゲインで信号レベルが増大するため、その後段で発生するノイズは相対的に（見かけ上）低くなります。そのため全体のノイズ特性（F_{TOT}; Noise Factor, NF_{TOT}; Noise Figure）

$$F_{TOT}=F_1+\frac{F_2-1}{G_1}+\frac{F_3-1}{G_1G_2} \tag{1}$$

の各段のノイズ特性（F_1,F_2,F_3）の影響度は、前段のアンプのゲイン（G_1,G_2）で割られることになります。ただし

$$F=10^{NF/10}=\frac{SNR_{IN}}{SNR_{OUT}} \tag{2}$$

もしくは

$$NF=10\log F \tag{3}$$

ここでFは真値となる Noise Factor、NFは dB で表される Noise Figure、G_nは各段のゲインです。SNR_{IN},SNR_{OUT}はそのアンプの入出力でのそれぞれの SNR (Signal to Noise Ratio)です。G_nは電力増幅率として考えるもので、電圧増幅率A_nとは

$$G_n=A_n^2 \tag{4}$$

という関係になります。

これに基づいた有名な回路設計の定石、「初段アンプのノイズ特性が支配的になる」というものがあります。このため初段アンプに LNA; Now Noise Amp が用いられるのです。

表 3. $A = +2$のサレン・キー型 LPF を用いた 6 次バタワース型 LPF でQ値の順を並べ替えて各段ごとの全ノイズ電圧実効値を得た（ノイズ電圧表記は実効値。各段は VCVS により入力換算にスケーリングしてある）

OP アンプ番号	Q値の大きい順	Q値の小さい順
#1（初段）	321.5nV	204.73nV
#2（2 段目）	248.39nV	179.86nV
#3（出力）	**185.89nV**	**215.23nV**

多段（高次）フィルタのノイズ特性も初段の特性が支配的になる？？

これをアナロジーとして考えれば、6 次バタワース型 LPF のノイズ特性も、式(1)のように初段 LPF のノイズ特性が支配的になるはずです。そしてこれまでのことも考えれば

- サレン・キー型 LPF のQ値が「小さい」ほうが LPF 自体のノイズは少ない
- ここでは各段のサレン・キー型 LPF はゲインを持たせている（$A = +2$）
- 図 15 から初段のノイズ特性が支配的になるなら、初段 LPF のQ値が「小さい」ほうがノイズ特性が良好になるはず

そこで$A = +2$で、Q値の「小さい」ものから昇順に並べるとどうなるか、シミュレーションで確認してみたいと思います。

シミュレーション結果を表 3 に示します。なんと…、$A = +2$においても表 2 と同じく、Q値の「大きい」ものから並べたほうが、ロー・ノイズを実現できる結果になってしまいました…。つまり、この例では答えは逆で、

- Q値の「大きい」ものから並べたほうが、ロー・ノイズを実現できている（あくまでもこの例では、ですが…）

ということです。「とほほ…」です。私は図 15 の「初段アンプのノイズ特性が支配的」ということが頭にあり、それが思い描いていたこの技術ノートのストーリー展開でした。しかしあいにくここまでの結果は「そうはさせまじ」という展開になってしまっているのでした…。

この理由は、各段（とくに初段）のゲインが低いために、初段で増幅された信号レベルが後段のノイズ・レベルを圧倒しきれていないことが挙げられます。

そこで初段のゲインを十分大きくしたときに、どのようなノイズ特性が実現可能かを検討してみましょう。

初段のゲインを十分大きくしたときにはどのようなノイズ特性になるだろうか

初段のゲインを十分大きくしたとき、まずどのように初段を構成すればロー・ノイズな特性が得られるかを考えます。サレン・キー型 LPF のノイズ特性としては、表 2 と表 3 から異なるQごと、$A = +1$と$A = +2$の条件で比較してみると、QごとではQの低い$Q = 0.518$、Aごとでは$A = +1$のほうがロー・ノイズになっています。これを初段として採用します。

これで図 16 のような回路をつくりました。サレン・キー型 LPF としてゲインを持たせてもいいのですが、まずはしくみを確認するだけなので、初段 LPF のあとに 10 倍のゲイン段を VCVS で設定しました。全体で 10 倍のゲインがありますので、出力には 1/10 = 0.1 の補正回路を（入力換算の結果を得られるように）VCVS で入れてみました。

このシミュレーション結果（全ノイズ電圧実効値：rms 値）を図 17 に示します（172.25nVrms）。おお！予想どおりの結果が得られます（ウキウキ）。

といっても、表 2 のQ値の「大きい」ものから並べたほうの結果、185.89nVrms とたいして変わりませんね…。「ううむ…、なかなか思い通りの展開にいかないぞ（汗）」という感じです。

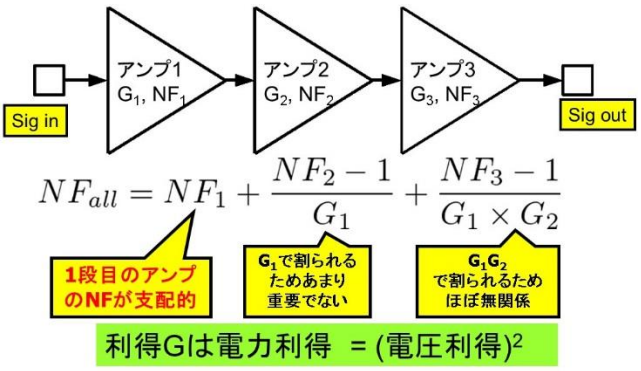


図 15. 多段で構成されたゲイン段では、ある段のノイズは前段のアンプのゲインで割られることにより、初段のアンプのノイズ特性が顕著になる

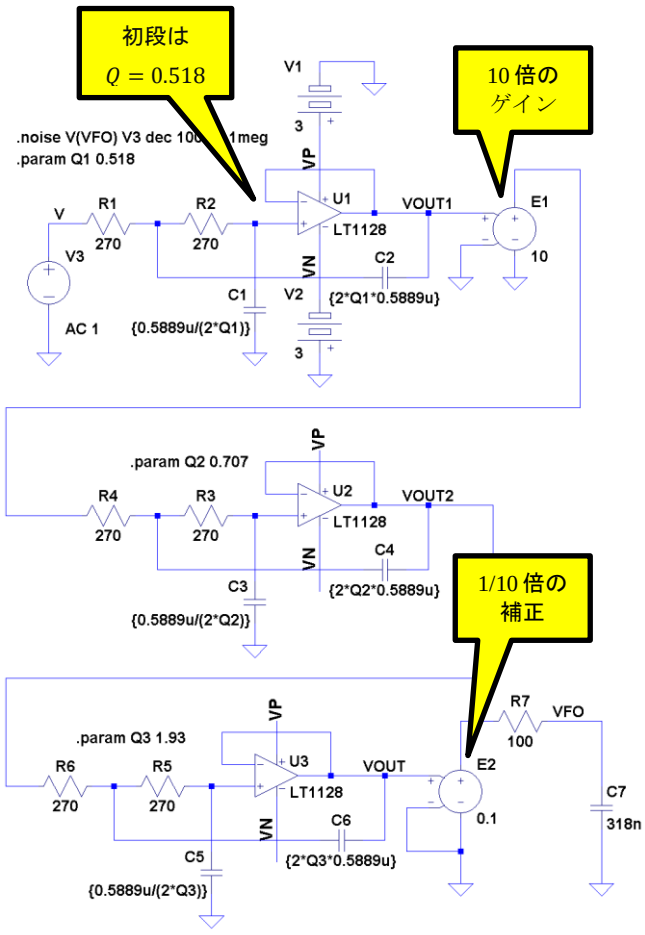


図 16. 初段 LPF のノイズ特性が支配的になるように初段のあとに 10 倍のゲイン段をつけてみた

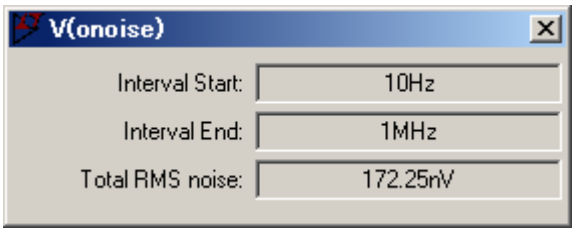


図 17. 図 16 で得られた全ノイズ電圧実効値（rms 値）。ポスト・フィルタを経由し入力換算レベルに補正した値

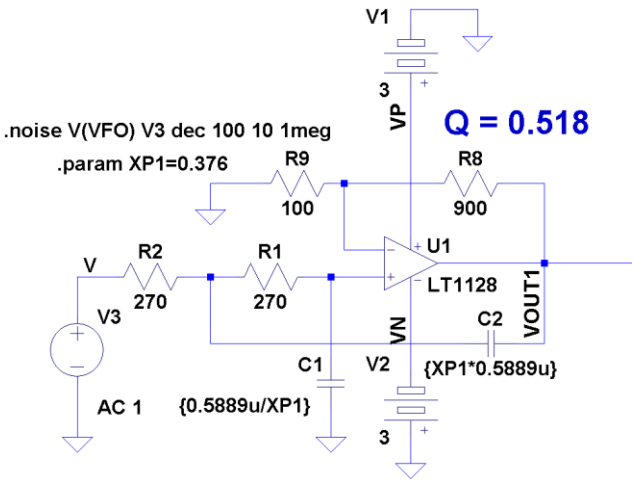


図 18. 初段のサレン・キー型 LPF のゲインを 10 倍にしてみた（6 次フィルタ全体で 10 倍になる）

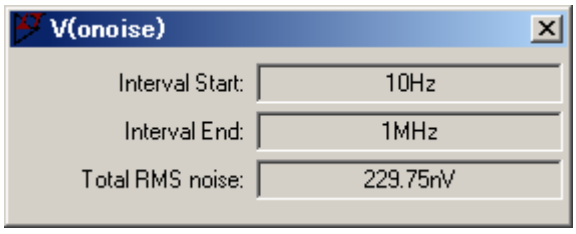


図 19. 図 18 を初段とした 6 次フィルタで得られた全ノイズ電圧実効値（rms 値）。ポスト・フィルタを経由し入力換算レベルに補正した値

気をとりなおして、「まあ、理論どおり特性が良好になるのだろうし。では実際の回路に変えてみるか」とばかりに、実回路として図 18 のように（図 16 の VCVS で作ったゲイン段を実際の回路にすべく）、初段のサレン・キー型 LPF を$A = +10$としてみました。出力には 1/10 = 0.1 の補正回路を（入力換算の結果を得られるように）入れてあります。

このシミュレーション結果（全ノイズ電圧実効値：rms 値）を図 19 に示します。ノイズ・レベルが 229.75nVrms で大きくなっています…（またまたトホホ…）。

結局は LTspice のシミュレーションで順番をいれかえたシミュレーションを行い、どちらが良いかを確認する必要あり

ホント、「ううむ…、なかなか自分の思い通りの展開にいかないぞ（汗）」という感じですね（笑）。詳細は未検討ですが、シミュレーション結果を見てみると、サレン・キー型 LPF の動作ゲインを上げていくと、それに応じて入力換算ノイズも増大してくるようです…。結果的にこの技術ノートの検討では、各段のゲインを$A = +2$として、Q値の「大きい」ものから並べると一番良好なロー・ノイズ特性を実現できる、という結果になりました。

これらのことから痛く分かることは、結局は LTspice のシミュレーションで、各段のゲインを変更したり、順番をいれかえたりしてシミュレーションを行い、どれが良いかを確認する必要があるということです。「LTspice で便利に出来ますよ！」とはいえますが、一発ホール・イン・ワンで最適なノイズ特性を実現するということは難しそうです…。

サレン・キー型 LPF の弱点は

ノイズ特性は多重帰還型 LPF よりも、サレン・キー型 LPF を利用したほうが良好だということが、ひとつ前の技術ノートの検討で分かりました。それでは「サレン・キー型 LPF がベスト」となるのでしょうか。

サレン・キー型 LPF には「跳ね返り」の問題があります。それを少しここで示しておきましょう。

図 20 に AD8091 でサレン・キー型 LPF を構成したときのフィルタ特性を示します。130kHz 付近でフィルタ特性の跳ね返りがあることが分かります。これは OP アンプのオープン・ループ・ゲインが低減してくるあたりで、フィルタとして動作すべき OP アンプの能力が得られなってくることが原因です。

このようすを LT1128 でも検討してみます。図 21 は LT1128 でサレン・キー型 LPF を構成したフィルタ特性です。AD8091 と比較しても低い周波数で跳ね返りがあることが分かります。

一方、図 22 は AD8091 で多重帰還型 LPF を構成したフィルタ特性です。図 20 や図 21 で見られた跳ね返りが生じていません。このように阻止域（ストップ・バンド）での特性は多重帰還型 LPF のほうが良好なのです。サレン・キー型 LPF に弱点があることが分かりますね。

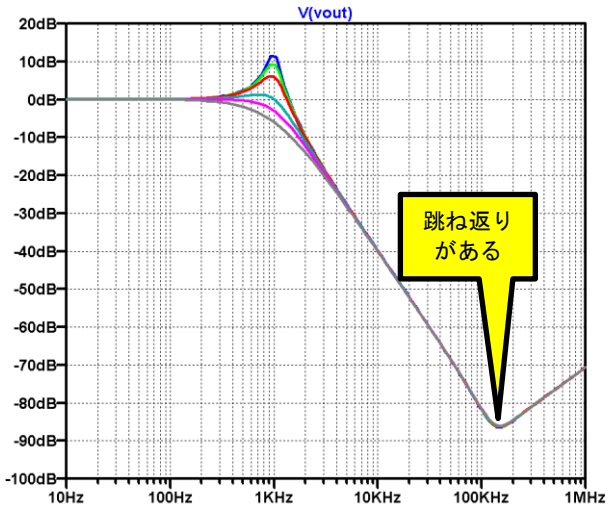


図 20. AD8091 でサレン・キー型 LPF を構成（Q = 4, 3, 2, 1, 1/√2, 0.5）。130kHz、85dB 程度で底を打っている

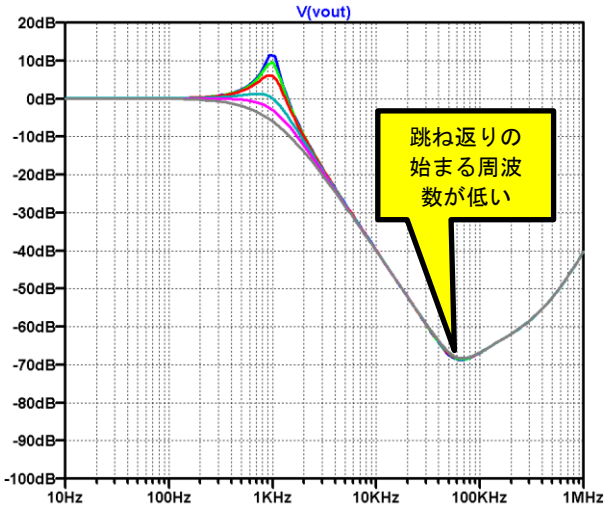


図 21. LT1128 でサレン・キー型 LPF を構成（Q = 4, 3, 2, 1, 1/√2, 0.5）。10kHz、80dB 程度で底を打っている

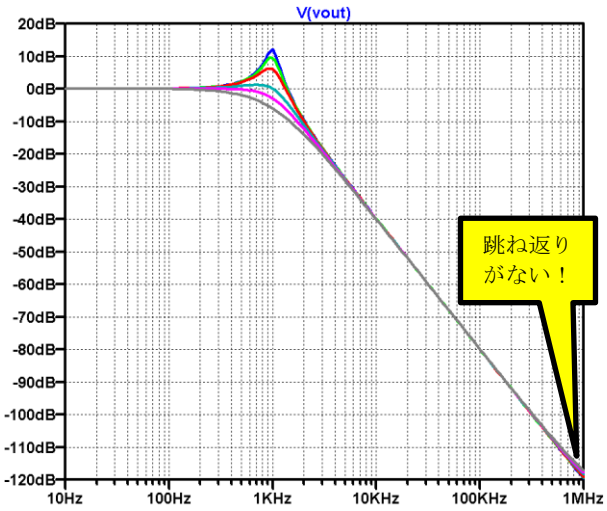


図 22. AD8091 で多重帰還型 LPF を構成（Q = 4, 3, 2, 1, 1/√2, 0.5）。120dB まで表示しているが底打ちがない

まとめ

今回の技術ノートでは、多段にカスケード（直列）接続された高次 LPF で、ノイズ特性を最適化するにはどうするのが良いかを検討してきました。

いろいろ示してきましたが、結局は大変残念なことにホール・イン・ワンで最適化する方法はなさそうだという結論に至ってしまいました。LTspice のシミュレーションで、各段のゲインを変更したり、順番をいれかえてシミュレーションを行い、どれが良いかを確認する必要があるということです。

今回は LTspice でアクティブ・フィルタのノイズ解析の一例をお見せしたわけですが、それでもなお、おなじようなかたちで、LTspice を用いて多岐の回路のノイズ特性を確認することができるわけです。

参考文献

[1] 柳沢 健, 金光 磐; アクティブフィルタの設計, 1973 年, 株式会社産報（絶版）

[2] 石井 聡; LTspice でサレン・キー型フィルタ（第 5 回）「サレン・キー型 LPF の素子定数と伝達関数の関係を考える」, 回路設計 WEB ラボ, TNJ-048, Analog Devices