

LTspice でサレン・キー型フィルタ (第5回)

「サレン・キー型 LPF の素子定数と伝達関数の関係を考える」

著者: 石井 聡

はじめに

何冊続くか分からない…、なんという、先の見えない (いいかげんな) という始まりでスタートしたこのフィルタ・シリーズ技術ノートも、もう5冊目です。

「何冊続くか分からない…」のとおり、事前に綿密に調整されている技術ノートではなく、執筆をしながら考えていき、答えを見つけていくというプロセスで進めています。そのため「犬も歩けば棒にあたる」という感じで、「ふーん、こういうふうになるんだな」という、自らの新たな発見にもなる、とても貴重な技術ノートなのであります。

今回の技術ノートの目的は…

この TNJ-048 でご紹介する内容のゴールを最初に示しておきます。TNJ-044 から TNJ-047 までで「伝達関数の分母 2 次式の部分をサレン・キー型 LPF で作りたい」なら「パラメータ ω_0 と Q を求めればよい」という説明をしました。ここでは、このパラメータとサレン・キー型 LPF の素子定数がどのように関連しているかを考えてみます。その結果として、パラメータ ω_0 と Q から素子定数を決定できるまでを説明していきましょう。

サレン・キー型 LPF の素子定数とパラメータ ω_0 と Q との関係を求めてみる

TNJ-044 で「回路動作としては 2 次サレン・キー型 LPF と、RLC 型 2 次 LPF とは等価」とお話し、TNJ-046 では、

- ① 任意の分母多項式によるカーブが与えられたとき
- ② それは因数分解することができ (一般的には数値計算により)、分母が 1 次式と 2 次式の乗算になる

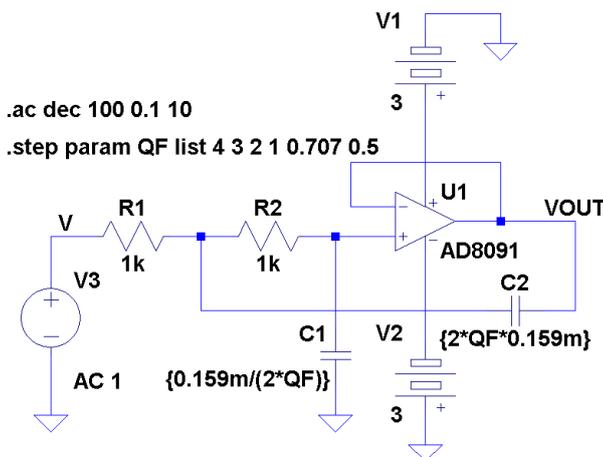


図 1. サレン・キー型フィルタ (2 次フィルタ、LPF 形状。TNJ-044 の図 2 再掲)

- ③ この 1 次式の部分は RC 型 LPF 1 段で、2 次式の部分は RLC 型の 2 次 LPF 1 段で実現できる
- ④ これらのフィルタをバッファを通してカスケード (従属) に接続していけば、その任意のカーブの分母多項式の特徴をもつフィルタが実現できる
- ⑤ その 2 次式の部分をサレン・キー型 LPF で作りたいなら
- ⑥ 2 次式の部分から極 $s_{p\pm}$ を得て
- ⑦ ω_0 と Q を計算する
- ⑧ パラメータ ω_0 と Q が分かれば、その特性を有する RLC 型 2 次 LPF の RLC 定数が計算でき
- ⑨ それと等価なサレン・キー型 LPF も、 ω_0 と Q と素子定数との関係から計算できる

とお話しました。この説明から、「2 次式の部分をサレン・キー型 LPF で作りたい」なら「パラメータ ω_0 と Q を求めれば素子定数が得られる」ことが分かります。

パラメータ ω_0 と Q と素子定数との関係は、このフィルタ・シリーズの最初の TNJ-044 の式(3)、式(4)で既に示してあります。それさえ分かっていたらよいのですが、そのなりたちを知るべく、ここではサレン・キー型 LPF の素子定数から、パラメータ ω_0 と Q を求めてみます。

この関係が分かれば、上記でやりたいことが「きっちり」できるわけです (TNJ-044 でもう判明してはいますが…)

TNJ-044 にも示した、サレン・キー型 LPF の回路図を図 1 に示します。U1 の OP アンプはゲイン = +1 のボルテージ・フォロウとなっています。OP アンプの反転増幅或非反転増幅の回路とは違い、これらの素子の組み合わせから伝達関数を計算するのはちょっと厄介な感じがしますね。

とはいえ少しがんばって計算してみましょう。解析のための回路図を図 2 に示します。

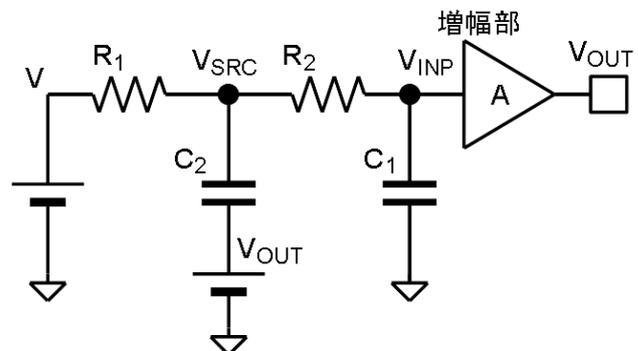


図 2. サレン・キー型 LPF の伝達関数を解析するための回路図

アナログ・デバイス株式会社は、提供する情報が正確で信頼できるものであることを期していますが、その情報の利用に関して、あるいは利用によって生じる第三者の特許やその他の権利の侵害に関して一切の責任を負いません。また、アナログ・デバイス社の特許または特許の権利の使用を明示的または暗示的に許諾するものでもありません。仕様は、予告なく変更される場合があります。本紙記載の商標および登録商標は、それぞれの所有者の財産です。
©2019 Analog Devices, Inc. All rights reserved.

Rev. 0

アナログ電子回路技術ノート

TNJ-048

2信号源による端子電圧は重ね合わせの理で計算できる

RCが4つの、見た目簡単な回路ですが、式を立ててみましょう。そうすると結構手ごわいことに気がつきます。キルヒホッフの法則を用いても計算できるでしょうが、ここでは少し変化球で「テブナンの定理」と「重ね合わせの理」を応用して式をたててみます。

図2で増幅部と書いてあるところは、図1の回路図では、OPアンプがボルテージ・フォロワなのでゲイン $A = +1$ なのですが、

$$\frac{V_{OUT}}{V_{INP}} = A (= +1) \quad (1)$$

こうしておきます。以降でOPアンプをボルテージ・フォロワとしない、ゲイン A を持たせた場合で回路の振る舞いどう変わるかを検討するために、このように定義しておきます。

重ね合わせの理を用いると回路計算がだいぶ簡単になります。入力信号 V と出力信号 V_{OUT} が別々にRC回路に加わったとして、ふたつの式を立てて、それを足し算(重ね合わせ)してみます。

最終目的は回路の式から伝達関数を求めること

図2の増幅部の入力端子 V_{INP} 、出力端子 V_{OUT} の電圧、そして信号源 V の電圧を使って式を立てていきます。最終的に信号源 V の電圧と出力端子 V_{OUT} の電圧の比、つまり回路の伝達関数を得るようにします。

その計算の手始めとして、テブナンの定理としての R_1, C_2, V, V_{OUT} の等価回路を得るために、図2中の R_1 と C_2 によって端子 V_{SRC} に現れる電圧と、その端子 V_{SRC} から R_1 と C_2 を見た信号源インピーダンスを計算してみます。これは図3の計算をすることになります。実はここが「重ね合わせの理」を用いているところです。

まずは信号源 V のみが電圧をもつ条件での端子 V_{SRC} の電圧の式をたてる

図3の回路において、 V のみが電圧をもち、 $V_{OUT} = 0$ だと仮定します(図4)。そうすると C_2 がグラウンドに接続された状態として考えられます。電圧源はインピーダンスがゼロなので、このように考えることができます。このときの端子電圧 V_{S1} は

$$V_{S1} = \frac{V}{R_1 + 1/sC_2} \cdot \frac{1}{sC_2} \quad (2)$$

ここでも s はラプラス演算子で、 $s = j2\pi f = j\omega$ と考えてください。これはTNJ-045の式(18)と同じ形になっていることが分かります。

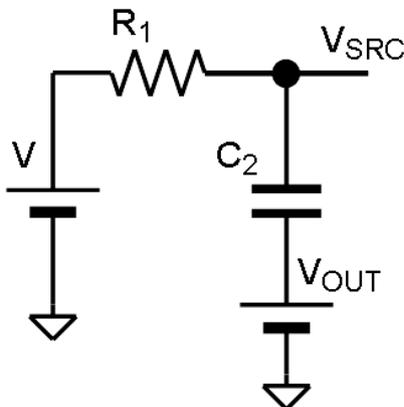


図3. 重ね合わせの理を使って V_{SRC} を得る(電圧源シンボルは極性を明示する意味からDCのものを用いている)

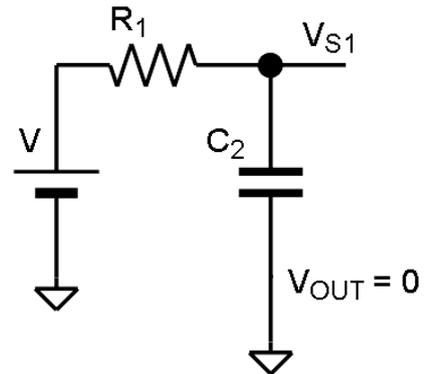


図4. $V_{OUT} = 0$ として V からのみの V_{S1} を得る(同)

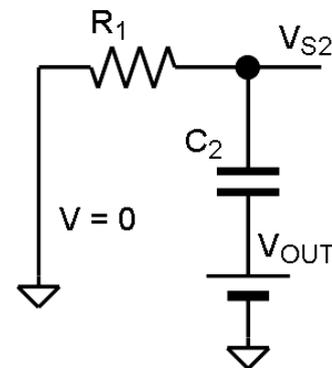


図5. $V = 0$ として V_{OUT} からのみの V_{S2} を得る(同)

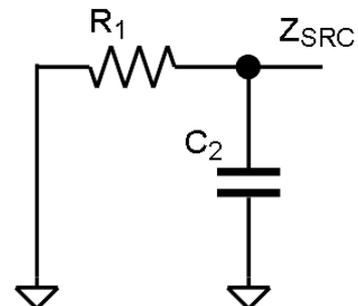


図6. V_{SRC} からみたインピーダンス Z_{SRC} を得る

つづいて出力信号 V_{OUT} のみが電圧をもつ条件での端子 V_{SRC} の電圧の式をたてる

つづいて図5のように入力信号 $V = 0$ として、出力信号 V_{OUT} のみが電圧をもったときの端子電圧 V_{S2} の式をたててみます。

$$V_{S2} = \frac{V_{OUT}}{R_1 + 1/sC_2} \cdot R_1 \quad (3)$$

端子 V_{SRC} から信号源 V を見たインピーダンスは

なお端子 V_{SRC} から信号源 V を見たインピーダンス Z_{SRC} は、 R_1, C_2 の並列接続になります。これを図6に示します。電圧源 V, V_{OUT} はインピーダンスがゼロだとして取り扱います。

$$Z_{SRC} = \frac{R_1/sC_2}{R_1 + 1/sC_2} \quad (4)$$

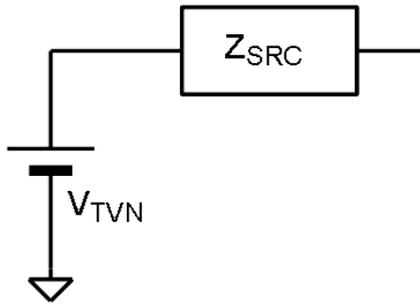


図 7. テブナンの定理で V_{TVN} と Z_{SRC} の回路になる (同)

$$V_{INP} = \frac{\frac{1}{R + 1/sC_2} \left(\frac{V}{sC_2} + V_{OUT}R \right)}{\frac{R}{sC_2} + R + 1/sC_1} \cdot \frac{1}{sC_1} \quad (7)$$

ここで式中の青色と緑色はそれぞれ V_{TVN} と Z_{SRC} を指します。分母・分子に $R + 1/sC_2$ を掛けて

$$V_{INP} = \frac{\frac{V}{sC_2} + V_{OUT}R}{\frac{R}{sC_2} + (R + 1/sC_1)(R + 1/sC_2)} \cdot \frac{1}{sC_1} \quad (8)$$

系の伝達関数まで式変形していく

式(1)を V_{INP} に代入し (赤色部分)

$$\frac{V_{OUT}}{A} = \frac{\frac{V}{sC_2} + V_{OUT}R}{\frac{R}{sC_2} + (R + 1/sC_1)(R + 1/sC_2)} \cdot \frac{1}{sC_1}$$

両辺に緑色部分を掛けると

$$\frac{V_{OUT} \left[\frac{R}{sC_2} + (R + 1/sC_1)(R + 1/sC_2) \right]}{A} = \frac{V}{sC_2} + \frac{V_{OUT}R}{sC_1} \quad (9)$$

右辺の $V_{OUT}R$ を左辺に移項してくり、下記の緑色部分を整理すると

$$V_{OUT} \left[\frac{R}{sAC_2} - \frac{R}{sC_1} + \frac{(R + 1/sC_1)(R + 1/sC_2)}{A} \right] = \frac{V}{sC_1}$$

$$V_{OUT} \left[\frac{R}{sAC_2} - \frac{R}{sC_1} + \frac{(R + 1/sC_1)(R + 1/sC_2)}{A} \right] = \frac{V}{s^2C_1C_2} \quad (10)$$

伝達関数の式になるように変形すれば

$$\frac{V_{OUT}}{V} = \frac{1}{s^2C_1C_2 \left[\frac{R}{sAC_2} - \frac{R}{sC_1} + \frac{(R + 1/sC_1)(R + 1/sC_2)}{A} \right]} \quad (11)$$

として伝達関数が得られ、また分母に 2 次多項式 (赤色部分) が得られます。それでもなんだか面倒な式となりますね…。

分母の 2 次多項式だけをとりだして式変形していく

式(11)の赤色でハイライトした分母の部分を取り出します。

$$s^2C_1C_2 \left[\frac{R}{sAC_2} - \frac{R}{sC_1} + \frac{(R + 1/sC_1)(R + 1/sC_2)}{A} \right]$$

$$= \frac{s^2RC_1C_2}{sAC_2} - \frac{s^2RC_1C_2}{sC_1} + s^2C_1C_2 \left[\frac{(R + \frac{1}{sC_1})(R + \frac{1}{sC_2})}{A} \right]$$

信号源 V と出力信号 V_{OUT} が両方とも電圧をもつときの端子 V_{SRC} の電圧 V_{TVN} を重ね合わせの理から得る

重ね合わせの理により、入力信号 V と出力信号 V_{OUT} が両方加わっているときの端子電圧 V_{TVN} は

$$V_{TVN} = V_{S1} + V_{S2}$$

$$= \frac{V}{R_1 + 1/sC_2} \cdot \frac{1}{sC_2} + \frac{V_{OUT}}{R_1 + 1/sC_2} \cdot R_1$$

$$= \frac{1}{R_1 + 1/sC_2} \left(\frac{V}{sC_2} + V_{OUT}R_1 \right) \quad (5)$$

このようにすると図 7 のように、電圧 V と V_{OUT} 、 R_1 と C_2 は、等価回路として信号源電圧 V_{TVN} と信号源インピーダンス Z_{SRC} に変換されることとなります。ここが「テブナンの定理」となるところです。

さらに図 2 の回路全体は、図 7 の回路に R_2 と C_1 が直列に接続されている等価回路 (図 8) になります。

以降、式中で操作するところを色づけして分かり易くします。

増幅部の入力端子に加わる電圧 V_{INP} を得ていよいよ伝達関数まで式変形していく

この図 8 の等価回路から、増幅部入力端子に生じる電圧 V_{INP} は (増幅部の入力インピーダンスが無敵大だとすれば)

$$V_{INP} = \frac{V_{TVN}}{Z_{SRC} + R_2 + 1/sC_1} \cdot \frac{1}{sC_1} \quad (6)$$

つづいて回路計算を簡単にするために (というか TNJ-044 で説明したように、同じ大きさの抵抗値とするため)

$$R_1 = R_2 = R$$

としてみます。式(6)に V_{TVN} も Z_{SRC} も代入して

$$\begin{aligned}
 &= \frac{sRC_1}{A} - sRC_2 + s^2C_1C_2 \left[\frac{\left(R + \frac{1}{sC_1}\right)\left(R + \frac{1}{sC_2}\right)}{A} \right] \\
 &= \frac{sRC_1}{A} - sRC_2 \\
 &+ s^2C_1C_2 \left[\frac{R^2 + (1/sC_1 + 1/sC_2)R + 1/s^2C_1C_2}{A} \right] \\
 &= sR \left(\frac{C_1}{A} - C_2 \right) + \frac{s^2C_1C_2R^2}{A} + \frac{sR(C_2 + C_1)}{A} + \frac{1}{A}
 \end{aligned}$$

sの次数の順番で並べなおして

$$\begin{aligned}
 &sR \left(\frac{C_1}{A} - C_2 \right) + \frac{s^2C_1C_2R^2}{A} + \frac{sR(C_2 + C_1)}{A} + \frac{1}{A} \\
 &= \frac{s^2C_1C_2R^2}{A} + sR \left(\frac{C_1}{A} - C_2 \right) + \frac{sR(C_2 + C_1)}{A} + \frac{1}{A} \\
 &= \frac{s^2C_1C_2R^2}{A} + \frac{sRC_1}{A} - sRC_2 + \frac{sRC_1}{A} + \frac{sRC_2}{A} + \frac{1}{A} \\
 &= \frac{s^2C_1C_2R^2}{A} + \frac{sR}{A} (C_1 - AC_2 + C_1 + C_2) + \frac{1}{A} \\
 &= \frac{s^2C_1C_2R^2}{A} + \frac{sR}{A} [2C_1 + (1-A)C_2] + \frac{1}{A}
 \end{aligned}$$

s²の項の係数を1にするためにくりだすと

$$= \frac{C_1C_2R^2}{A} \left[s^2 + \frac{2C_1 + (1-A)C_2}{C_1C_2R} s + \frac{1}{C_1C_2R^2} \right] \quad (12)$$

伝達関数の一般式と比較してサレン・キー型 LPF の素子定数とパラメータ ω₀, Q との関係を求める

ここで TNJ-044 の式(14)と比較すると [あらためて以下に式(13)としました]

$$H(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \quad (13)$$

式(11)と式(12)から

$$H(s) = \frac{V_{OUT}}{V} = A \frac{\frac{1}{C_1C_2R^2}}{s^2 + \frac{2C_1 + (1-A)C_2}{C_1C_2R} s + \frac{1}{C_1C_2R^2}} \quad (14)$$

素子定数とパラメータ ω₀, Q との関係が求められた

式(13)と式(14)から

$$\omega_0^2 = \frac{1}{C_1C_2R^2} \quad (15)$$

$$\frac{\omega_0}{Q} = \frac{2C_1 + (1-A)C_2}{C_1C_2R} \quad (16)$$

が得られます。もう少しがんばってみると、

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1C_2R}} \quad (17)$$

$$\frac{Q}{\omega_0} = \frac{C_1C_2R}{2C_1 + (1-A)C_2} \quad (18)$$

から、

$$\begin{aligned}
 \frac{Q}{\omega_0} \omega_0 = Q &= \frac{C_1C_2R}{2C_1 + (1-A)C_2} \frac{1}{\sqrt{C_1C_2R}} \\
 &= \frac{\sqrt{C_1C_2}}{2C_1 + (1-A)C_2} = \frac{1}{2\sqrt{C_1/C_2} + (1-A)\sqrt{C_2/C_1}} \quad (19)
 \end{aligned}$$

という関係も導かれるわけです。

図1の回路図のOPアンプがボルテージ・フォロワなのでA = +1 ですが、式(1)で示したように、図2の増幅部でゲインAを持たせた場合には、LPFの出力として振幅がA倍になるわけです。このA倍は、上記の式(14)では、「伝達関数として単にA倍になる」と考えればいいわけで、パラメータω₀とQ抽出の検討では考慮外としておけばよいのです。

さて、ここではとりあえずA = 1で式(19)を考え直してみると、

$$Q \Big|_{A=1} = \frac{1}{2\sqrt{C_1/C_2}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \quad (20)$$

になります。

やってみれば何とか答えがでるもんだ

「一体何冊の技術ノートになるか見当が付きません」なんという、なんとなく行き当たりばったりな、むこうみず(?)な考えで進めてきたこのフィルタ・シリーズも、こつこつと式展開していってみると、ちゃんと答えが出るものですね(笑)。

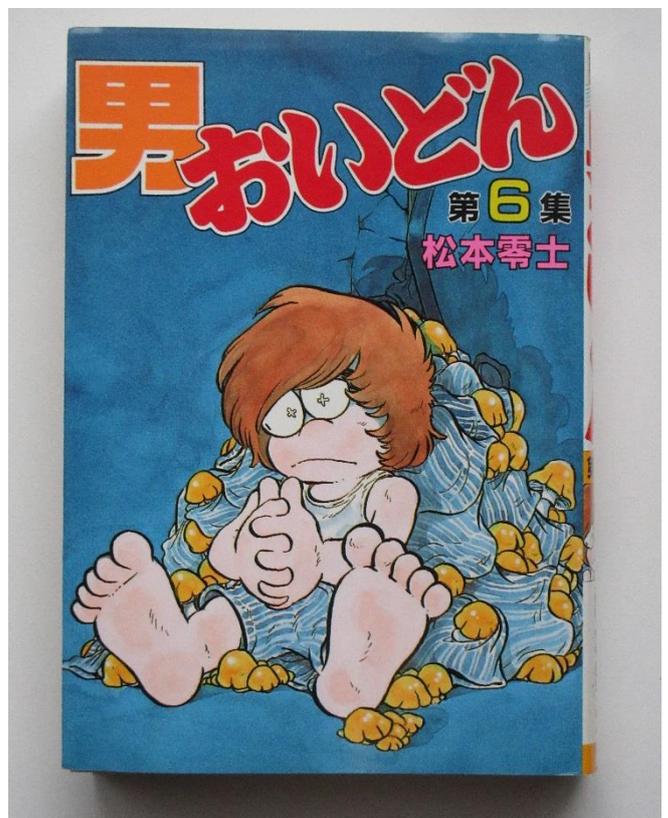


図9. 私の人生にも大きな影響を与えた「男おいどん」(人に貸した第1集は帰ってこずに、これは最後の第6集)

アナログ電子回路技術ノート

TNJ-048

どうでもいいはなしですが、ここまでの式展開は、アメリカ出張帰りの飛行機 (ANA NH5) の薄暗闇の中で、ワードの数式ツールを使って、式の導出と執筆を延々やっていたのです [意外と腰を落ち着けて執筆作業をやっていない (汗)]。Palm Springs という砂漠の都市で、WW (World Wide) のアナログ・デバイズ社員 1500 人くらいを集めて行った WW Sales Conference というものに、日本法人の多数のみんなと参加した帰りでした。

昔、私もおおいに影響を受けた、松本零士氏の「男おいどん[2]」という漫画 (図 9) があります。この中で、主人公がいつもいくラーメン屋で食事していると「バイトするか?」と店主から勧められて、「調理場の様子を知ると、食う気がなくなる」(そして汚れきった、ゴミだらけの調理場のカットが… ^^;) というシーンがありました。なんだかその話と重なるなあ (意外と腰を落ち着けて執筆作業をやっていないということ ^^;)、独り薄暗闇の中で思ったのです。

ああ、ライトが点いてオシボリが配られ始めた…。

これで与えられたパラメータ ω_0 , Q から素子定数を求められることとなった

さて、式(17)

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2} R} \quad (17 \text{ 再掲})$$

を使うと C_1 , C_2 を得ることができます。たとえば C_1 を得たいなら、上記式を変形し

$$\sqrt{C_2} = \frac{1}{\sqrt{C_1} \omega_0 R} \quad (21)$$

これを式(20)に代入すると

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{C_1 \sqrt{C_1} \omega_0 R}} = \frac{1}{2 C_1 \omega_0 R} \quad (22)$$

これから

$$C_1 = \frac{1}{2 \omega_0 Q R} \quad (23)$$

また C_2 は式(17)を自乗して式(23)を代入し、

$$\omega_0^2 = \frac{1}{C_1 C_2 R^2} = \frac{1}{\frac{1}{2 \omega_0 Q R} C_2 R^2} = \frac{2 \omega_0 Q}{C_2 R} \quad (24)$$

これから

$$C_2 = \frac{2Q}{\omega_0 R} \quad (25)$$

と得ることができます。これらの結果は TNJ-044 の式(3)、式(4)のとおりですね。

これにより、TNJ-046 と TNJ-047 で説明した、「2 次式の部分をサレン・キー型 LPF で作りたいなら、パラメータ ω_0 と Q を求めればよい」というストーリーからすれば、式(23)と式(25)で (R_1, R_2 を、 $R_1 = R_2 = R$ として固定したうえで)、それらのパラメータから素子定数を求めることができるわけです。

Q と A が与えられたときの素子定数を考える

ところで式(19)には $1-A$ という項 (A はアンプのゲイン) がありました。このうごきを Q との関係で少し考えてみたいと思います。

図 1 のようにサレン・キー型フィルタの OP アンプは (一般的には) ボルテージ・フォロワの構成にしますので、 $A = +1$ ですが、

ここで $+1$ 以外にしたい場合もあるでしょう。特に以降の技術ノートで説明するように、ノイズ性能を最適化するときはこのテクニック ($A > +1$) を用いることができます。

さて、この式(19)は Q を求めるものでした。いっぽう Q と A が与えられたとき、 C_1, C_2 を求めることを考えてみます。式(19)を変形していきます。

$$Q = \frac{1}{2\sqrt{C_1/C_2} + (1-A)\sqrt{C_2/C_1}} \\ = \frac{\sqrt{C_1/C_2}}{2 + (1-A)(C_2/C_1)} \quad (26)$$

ここで

$$x = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$$

とすれば

$$Q = \frac{x}{2 + (1-A)x^2} \quad (27)$$

と変形できます。 C_1, C_2 の比として x で表します。さらに変形していくと、

$$2Q + Q(1-A)x^2 = x \\ Q(1-A)x^2 - x + 2Q = 0 \quad (28)$$

この式の x の解は実数、かつ正になる必要があります。解の公式を使って x を求めてみると、

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4Q(1-A)2Q}}{2Q(1-A)} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 8Q^2(1-A)}}{2Q(1-A)} \\ = -\frac{1 \pm \sqrt{1 + 8Q^2(A-1)}}{2Q(A-1)} \quad (29)$$

となります。 $A = 1$ のときは $x (C_1, C_2)$ は不定になりますが (ド・ロピタルの定理を使えばいいのですが…)、 $A > 1$ (つまり回路にゲインがある場合) であれば x は実数になります。つまり「 A に関わらず式が有効」なことが分かります。

ここで右辺自体がマイナスなので、 $x > 0$ になるためには

$$x = -\frac{1 - \sqrt{1 + 8Q^2(A-1)}}{2Q(A-1)} = \frac{\sqrt{1 + 8Q^2(A-1)} - 1}{2Q(A-1)} \quad (30)$$

の方が答えだろうと分かります。話しをもとに戻すと、これで

$$\sqrt{\frac{C_1}{C_2}} = x \quad (31)$$

という関係を導くことができます。 x は A と Q の関数でしたから、それぞれが決まれば、 C_1, C_2 の比 x を求めることができるわけですね。 C_1, C_2 と ω_0 との関係は式(15)から得ることができます。

$$\omega_0^2 = \frac{1}{C_1 C_2 R^2} \quad (15 \text{ 再掲})$$

式(31)を変形していけば

$$\frac{C_1}{C_2} = x^2 \\ C_1 = x^2 C_2$$

ですから、これを式(15)に代入すると

$$\omega_0^2 = \frac{1}{x^2 C_2 C_2 R^2} = \frac{1}{x^2 C_2^2 R^2}$$

$$C_2 = \frac{1}{x \omega_0 R} \quad (32)$$

と計算でき、 C_1 は

$$C_1 = x^2 C_2 = x^2 \frac{1}{x \omega_0 R} = \frac{x}{\omega_0 R} \quad (33)$$

として得ることができます。でも「こんな計算、何につかうのだ？」と思われるのではないのでしょうか。通常は回路の仕様として Q と A が与えられますから、この式で $A > 1$ のときの素子定数を得ることができるわけです。実はそれ以外にも、以降の技術ノートのごしらの意図もあったのでした(笑)。

QとAとが与えられたときの回路をシミュレーションで確認してみる

ここで得られた答えが正しいか、シミュレーションで確認してみましょう。図10はこれまで見てきたゲイン $A=1$ の回路です($Q=1, 2, 4$)。一方、図11はゲイン $A=2$ としてみた回路です。 A と Q から式(30)で x を求め、そこから式(32, 33)で C_1, C_2 を得ています。これで A と Q とが与えられたときのゲイン・ピークの様子を比較してみます。

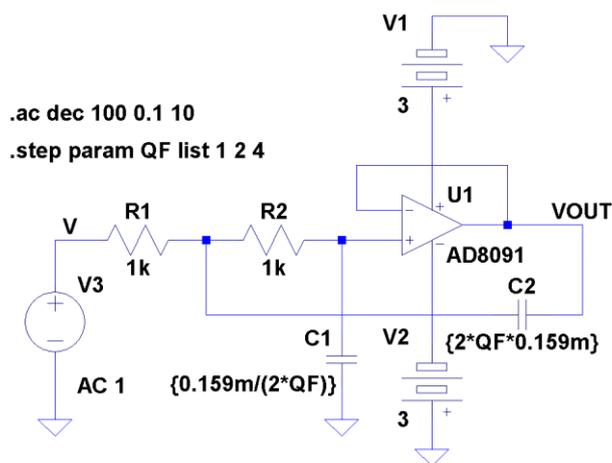


図10. これまで見てきたゲイン=1のサレン・キー型LPF ($Q=1, 2, 4$)

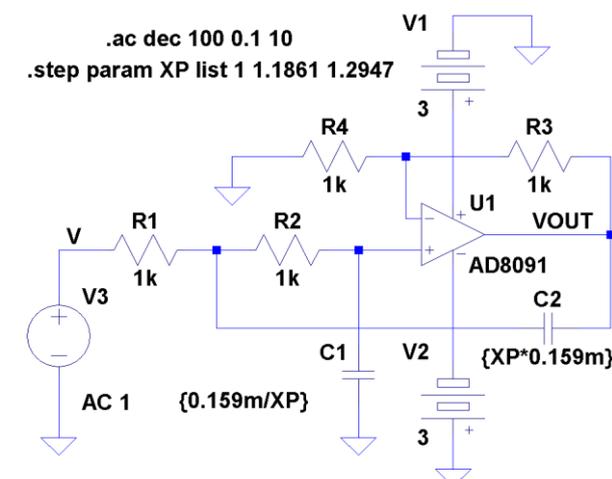


図11. ゲイン=2となるサレン・キー型LPF ($Q=1, 2, 4$)

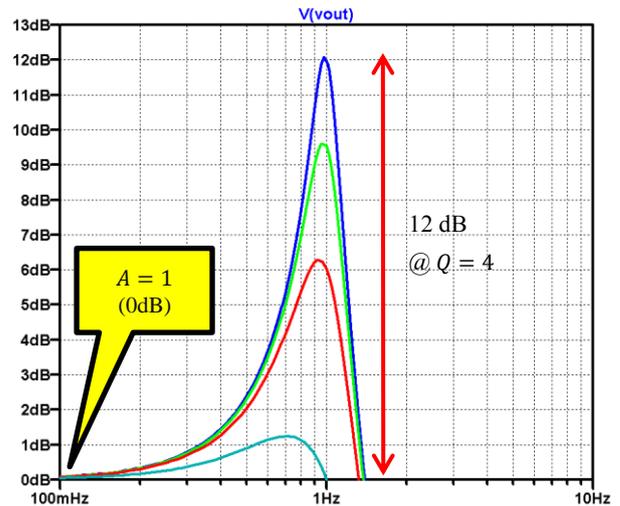


図12. 図10のゲイン=1のサレン・キー型LPFのシミュレーション結果 ($Q=1, 2, 4$)

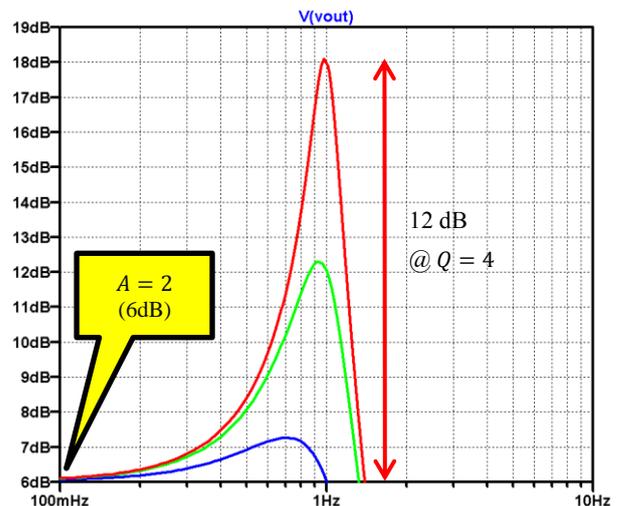


図13. 図11のゲイン=2のサレン・キー型LPFのシミュレーション結果 ($Q=1, 2, 4$)

$Q=1, 2, 4, A=2$ が与えられたとき、式(30)から $x=1, 1.1861, 1.2947$ と計算できます。これを図11のシミュレーション回路中に.stepコマンドのパラメータXPとして入れてあります。

シミュレーション結果を図12と図13に示します。図13ではゲインが6dBになっていますが、ゲイン・ピークはそれぞれ全く同じになっていることが分かりますね。

まとめ

この技術ノートの最初にお話したように、

- ① 任意の分母多項式によるカーブが与えられたとき
- ② それは因数分解することができ(一般的には数値計算により)、1次式と2次式の乗算になる
- ③ この1次式の部分はRC型LPF1段で、2次式の部分はRLC型やサレン・キー型の2次LPF1段で実現できる
- ④ これらのフィルタをバッファを通してカスケード(従属)接続していけば、その任意のカーブの分母多項式の特性をもつフィルタが実現できる

アナログ電子回路技術ノート

TNJ-048

- ⑤ その2次式の部分をサレン・キー型LPFで作りたいなら
- ⑥ 2次式の部分から極 $s_{p\pm}$ を得て
- ⑦ ω_0 と Q を計算する
- ⑧ パラメータ ω_0 と Q が分かれば、その特性を有するRLC型2次LPFのRLC定数が計算でき
- ⑨ それと等価なサレン・キー型LPFも、パラメータ ω_0, Q と素子定数との関係から計算できる

として説明してきました。答えを言ってしまうと単純な話で、このフィルタ・シリーズの最初、TNJ-044の式(3)、式(4)でハナから説明していたわけですが、この技術ノート TNJ-048 でそのなりたちを詳しく考えてみました。なるほど、すべての辻褄があっていることが分かりました。

とくに $A > 1$ のときに、フィルタ設計が難しいポイント（素子バラツキによる誤差）があり、実はこれもLTspiceを使ってモンテカルロ解析などでやってみたいところですが、それを始めると、このフィルタ・シリーズが終わらなくなってしまうのでした…(汗)

次の技術ノートでは

次の技術ノートでは「任意の多項式カーブから実際のフィルタを設計する」というお話しを、バタワース特性を例に説明してみたいところですが、ここまで数式が延々つづいた技術ノートでありましたので、皆様もちょっとお疲れかと思えます。

そこで次の技術ノートではLTspiceのノイズ解析機能を用いて、サレン・キー型LPFのノイズ特性を考えてみるという話題に逸れてみたいと思います。実はこれがこのフィルタ・シリーズ最初のTNJ-044にお話しした、「とある日のとある方との、とあるメールのやりとりで、横道の興味が湧いてきました」という、このフィルタ・シリーズにのめりこんでしまった根本の話題なのでした(笑)。

参考文献

- [1] 柳沢 健, 金光 磐; アクティブフィルタの設計, 1973年, 株式会社産報 (絶版)
- [2] 松本零士; 男おいどん, 講談社漫画文庫, 講談社